RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ***** EXAMEN DU BACCALAURÉAT	Épreuve : **MATHÉMATIQUES** Section : **Sciences DE L'INFORMATIQUE** Durée : **3 h** — Coefficient : **3**
SESSION **2016**	**Session de contrôle**

Le sujet comporte trois pages, la page 3/ 3 est à rendre avec la copie

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel non nul par : $U_n = \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$,

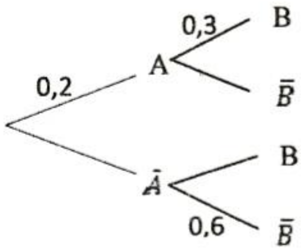
  1)La limite de la suite (U_n) est égale à :

  a) 0 b) 1 c) e

  2)La suite (U_n) est :

  a) croissante b) décroissante c) non monotone

- On considère l'arbre de probabilité suivant :



  3) $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ est égale à :

  a) 0,14 b) 0,48 c) 0,6

  4) P(B) est égale à :

  a) 0,32 b) 0,38 c) 0,5

Exercice 2 (5 points)

1) On considère la matrice $M_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ 0 & \alpha & 1 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $\alpha \in \mathbb{R}$.

   a) Calculer, en fonction de α le déterminant de M_α.

   b) Pour quelles valeurs de α ; M_α est inversible ?

2) On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

   a) En utilisant la première question, justifier que A est inversible.

   b) Calculer $A \times B$.

   c) En déduire A^{-1} et B^{-1}.

3) On considère le système (S) : $\begin{cases} x-2y+4z=3 \\ -2x+4y+z=3 \\ 4x+y-2z=-6 \end{cases}$

   a) Ecrire le système (S) sous forme matricielle.

   b) Résoudre, alors (S).

Exercice 3 (6 points)

A) On donne dans l'annexe joint, la courbe (C) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, par : $f(x) = e^x - 1$.

1) Montrer que la droite Δ : y = x est la tangente à (C) au point O (0,0).
2) Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle I que l'on précisera.
3) Tracer Δ et la courbe (C') de la fonction réciproque f^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
4) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout réel x de I.

B) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par : $g(x) = e^x - 1 + \dfrac{1}{e^x + 1}$ et (Γ) sa courbe représentative.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ interpréter graphiquement ce résultat.

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x}$.

2) a) Etudier le signe de $(f(x) - g(x))$ pour x réel, en déduire la position relative de (C) et (Γ).

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - g(x))$.

3) a) Montrer que pour tout réel x, $g'(x) = \dfrac{e^{2x}(e^x + 2)}{(e^x + 1)^2}$

   b) Dresser le tableau de variation de g.

   c) Calculer g (0) puis tracer (Γ) dans le repère $\mathcal{R}$.

4) a) Vérifier que pour tout réel x; $g(x) = e^x - \dfrac{e^x}{e^x + 1}$.

   b) Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la courbe (Γ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. Calculer $\mathcal{A}$.

Exercice 4 (5 points)

1) On considère dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E) : $11x - 7y = 4$.
   a) Vérifier que (1,1) est une solution de l'équation (E).
   b) Résoudre l'équation (E).
2) Soit G l'ensemble des entiers relatifs n vérifiant : $n \equiv 2\ [11]$ et $n \equiv 6\ [7]$
   a) Vérifier que 90 est un élément de G.
   b) Soit n un élément de G, et (p, q) le couple d'entiers relatifs vérifiant
   $$\begin{cases} n = 11p + 2 \\ n = 7q + 6 \end{cases}$$
   Montrer que le couple (p, q) est une solution de (E).
   c) En déduire que si n appartient à l'ensemble G alors $n \equiv 13\ [77]$.
3) Montrer que si $n \equiv 13\ [77]$ alors n est un élément de G.
4) Déterminer le plus petit élément de G supérieur à 2000.

Annexe (à rendre avec la copie)