

<b>RÉPUBLIQUE TUNISIENNE</b> <b>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION</b> <b>EXAMEN DU BACCALAURÉAT</b> <b>SESSION 2020</b>	<b>Session de contrôle</b>	
	Épreuve : <b>Mathématiques</b>	Section : <b>Sciences de l'informatique</b>
	Durée : <b>3h</b>	Coefficient de l'épreuve: <b>3</b>

❧ ❧ ❧ ❧ ❧ ❧

Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5 ( les pages 4/5 et 5/5 sont à rendre avec la copie )

**Exercice 1 : (5 points)**

- 1) On considère dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E):  $z^2 - (1+i)z - 4i = 0$ .
  - a) Vérifier que  $(3 + 3i)^2 = 18i$ .
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E).
- 2) On considère dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E'):  $z^3 - (1+5i)z^2 - 4z - 16 = 0$ .
  - a) Vérifier que pour tout  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z^3 - (1+5i)z^2 - 4z - 16 = (z-4i)[z^2 - (1+i)z - 4i]$ .
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E').
- 3) Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  on considère les points A, B et C d'affixes respectives  $z_A = 2 + 2i$ ,  $z_B = 4i$  et  $z_C = -1 - i$ .
  - a) Placer les points A, B et C.
  - b) Calculer  $(z_B - z_A)(\overline{z_C - z_A})$ .
  - c) En déduire que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
  - d) Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABDC soit un rectangle.

**Exercice 2 : (4 points)**

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaire mondial de Microsoft de l'année 2012 à l'année 2019 en milliards de dollars :

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaire (en milliards de dollars) ( $y_i$ )	73,7	77,9	86,8	93,6	85,3	90	110,4	125

( Source : Microsoft corporation )

- 1) a) Représenter, dans la **figure 1** de l'annexe ci-jointe, le nuage de points de la série statistique double  $(x, y)$ , où  $x = (x_i)_{1 \leq i \leq 8}$  et  $y = (y_i)_{1 \leq i \leq 8}$ .

- b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série  $(x, y)$ .
- c) Peut-on envisager un ajustement affine de la série  $(x, y)$ ? Justifier votre réponse.

**Dans la suite de l'exercice, les valeurs seront arrondies à  $10^{-1}$  près.**

- 2) a) Donner une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .
- b) A partir de la droite de régression de  $y$  en  $x$ , donner une estimation du chiffre d'affaire mondial de Microsoft pour l'année 2020.

**Exercice 3 : (5 points)**

- 1) On considère dans  $\mathbb{Z}$ , l'équation  $(E_1): 3x \equiv 5[8]$ .
- a) Vérifier que 15 est une solution de l'équation  $(E_1)$ .
- b) Montrer que si  $x$  est une solution de l'équation  $(E_1)$  alors  $9x \equiv 7[8]$ .
- c) En déduire que si  $x$  est une solution de l'équation  $(E_1)$  alors  $x \equiv 7[8]$ .
- 2) a) Montrer que si  $x \equiv 7[8]$  alors  $x$  est une solution de l'équation  $(E_1)$ .
- b) Déduire l'ensemble des solutions de l'équation  $(E_1)$ .
- 3) On considère dans  $\mathbb{Z}$ , l'équation  $(E_2): 3x \equiv 6[8]$ .
- a) Montrer que  $x$  est une solution de l'équation  $(E_2)$  si et seulement si  $3(x-3) \equiv 5[8]$ .
- b) Déduire alors l'ensemble des solutions de l'équation  $(E_2)$ .

**Exercice 4 : (6 points)**

- I) Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $g(x) = 2x - 2 - 2\ln x$ .
- 1) Montrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $g'(x) = \frac{2x-2}{x}$ .
- 2) Etudier le sens de variation de  $g$  et déduire que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $g(x) \geq 0$ .
- II) Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par  $\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x\ln x, & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0. \end{cases}$

On désigne par  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) a) Montrer que  $f$  est continue à droite en 0.
- b) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.
- c) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ . Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f'(x) = g(x)$  puis dresser le tableau de variation de  $f$ .

b) Montrer que  $A(1,1)$  est un point d'inflexion pour la courbe  $(C)$ .

c) Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $(C)$  au point  $A$ .

3) Dans la **figure 2** de l'annexe ci-jointe, on a tracé la droite  $\Delta: y = x$  et la courbe  $(\Gamma)$

de la fonction  $h$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $h(x) = f(x) - x$ .

La courbe  $(\Gamma)$  coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses  $0, 1$  et  $\alpha$ .

On a aussi placé les points  $A(1,1)$  et  $B(\alpha, \alpha)$ .

a) Justifier que  $B$  est un point de la courbe  $(C)$ .

b) Déterminer graphiquement le signe de  $h(x)$  sur  $]0, +\infty[$  et en déduire la position relative de  $(C)$  et  $\Delta$ .

c) Tracer la droite  $T$  et la courbe  $(C)$ .

4) a) Montrer que la fonction  $H$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $H(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 \ln x$  est une primitive de  $h$  sur  $]0, +\infty[$ .

b) Soit  $A_\alpha$  l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe  $(C)$ , la droite  $\Delta$  et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = \alpha$ .

Déterminer  $A_\alpha$ .

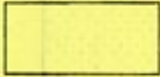


Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et Prénom : .....

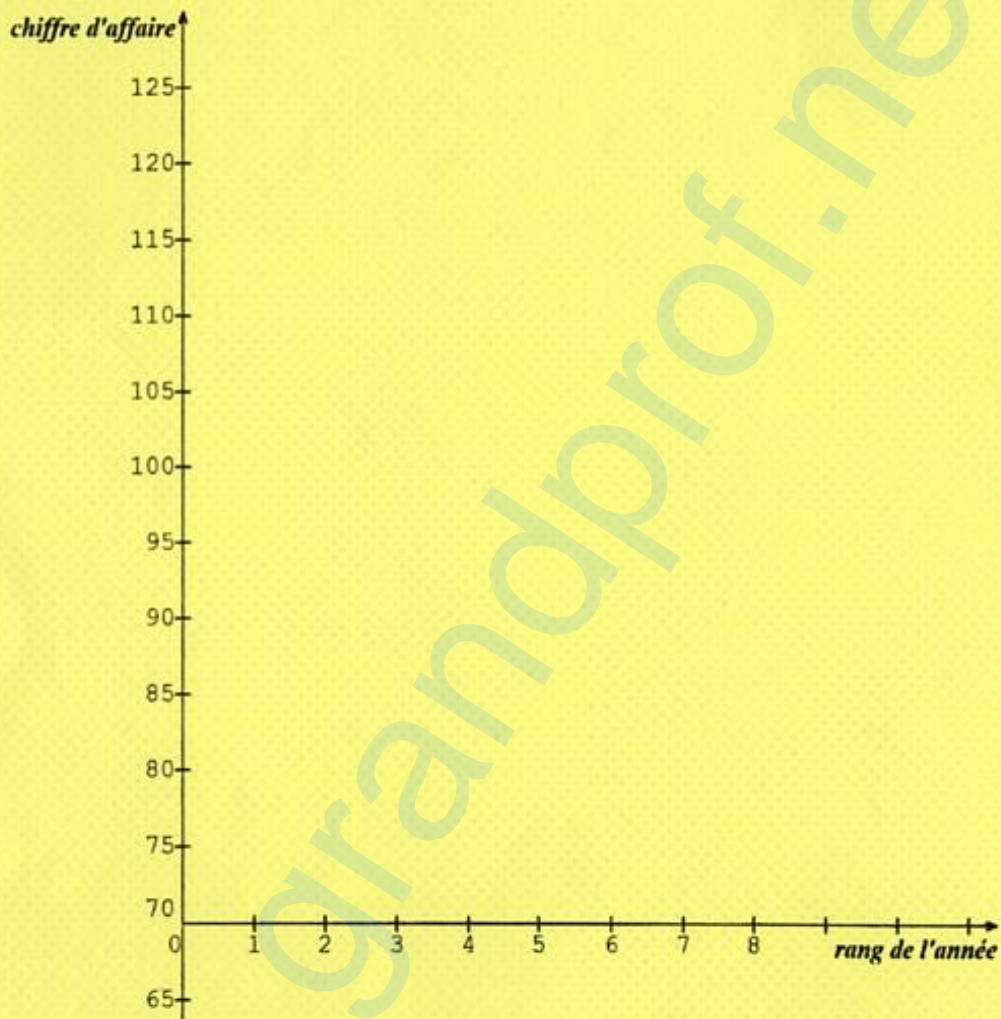
Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants  
.....  
.....



**Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences de l'informatique**  
**Session de contrôle (2020)**  
**Annexes à rendre avec la copie**

**figure 1**



Ne rien écrire ici

Ne rien écrire ici

figure 2

