RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2020	Session principale	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences de l'informatique**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4 **(la page 4 /4 est à rendre avec la copie)**

Exercice 1 : (5 points)

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-\left(3+3i\sqrt{3}\right)z-6+3i\sqrt{3}=0$.

1) a) Vérifier que $i\sqrt{3}$ est une solution de l'équation (E).

   b) En déduire l'autre solution de l'équation (E).

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=i\sqrt{3}$, $z_B=3+2i\sqrt{3}$ et $z_C=3-2i\sqrt{3}$.

   a) Calculer $\left(z_B-z_A\right)\left(\overline{z_C-z_A}\right)$.

   b) En déduire que le triangle ABC est rectangle en A.

3) Dans la **figure** de l'annexe ci-jointe, on a placé le point A.

   a) Soit D le point d'affixe $z_D=-3$. Montrer que le point A est le milieu du segment $[DB]$.

   b) Placer les points D, B et C.

   c) Montrer que l'aire du triangle DCB est égale à $12\sqrt{3}$.

Exercice 2 : (4,5 points)

Une enquête effectuée dans les laboratoires d'informatique d'un lycée équipés d'un lot d'ordinateurs de deux types D et L, achetés 5 ans plus tôt, montre que :

- 50% d'ordinateurs sont de type D.
- 59% d'ordinateurs de type D ont subi au moins une panne durant les 5 ans.
- 30% d'ordinateurs de type L n'ont subi aucune panne durant les 5 ans.

On choisit au hasard un ordinateur de ce lot et on considère les événements suivants :

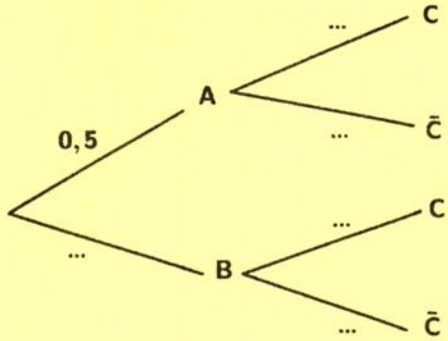
A : « L'ordinateur choisi est de type D ».

B : « L'ordinateur choisi est de type L ».

C : « L'ordinateur choisi a subi au moins une panne durant les 5 ans ».

1) Déterminer $p(C/A)$ et $p\left(\overline{C}/B\right)$.

2) Recopier et compléter l'arbre probabiliste ci-contre :



Dans la suite de l'exercice, on donnera les résultats arrondis à 10^{-2} près.

3) a) Montrer que la probabilité qu'un ordinateur n'a subi aucune panne durant les 5 ans est 0,36.

b) Déduire alors la probabilité que l'ordinateur choisi soit de type D sachant qu'il n'a subi aucune panne durant les 5 ans.

4) La durée de vie, exprimée en années, d'un ordinateur de type D (la durée de fonctionnement avant la première panne) est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}18$.

a) Montrer que la probabilité qu'un ordinateur de type D ne subit aucune panne avant 6 ans est 0,34.

b) On veut équiper un nouveau laboratoire d'informatique d'un lot de 10 ordinateurs de type D. Quelle est la probabilité p que, dans ce lot, l'un au moins des ordinateurs ait une durée de vie supérieure à 6 ans ?

<u>Exercice 3 :</u> (6 points)

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1-(2x+1)e^{-2x}$.

a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 4xe^{-2x}$.

b) Etudier le sens de variation de g et déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) \geq 0$.

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x+1+(x+1)e^{-2x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et que la droite $D : y = x+1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $(+\infty)$.

c) Etudier la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite D.

3) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

4) a) Montrer que $A(0,2)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C).

b) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (C) au point A.

c) Tracer D, T et (C).

5) Soit α un réel strictement supérieur à (-1).

On désigne par A_α l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite D et les droites d'équations $x=-1$ et $x=\alpha$.

a) Par une intégration par parties, montrer que $A_\alpha = \frac{1}{4}e^2 - \left(\frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{4}\right)e^{-2\alpha}$.

b) Calculer $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A_\alpha$.

<u>Exercice 4 :</u> (4,5 points)

On considère dans l'ensemble des entiers relatifs le système (S) : $\begin{cases} n \equiv 1[4] \\ n \equiv 3[5]. \end{cases}$

1) Vérifier que 13 est une solution de (S).

2) a) Montrer que si n est une solution de (S) alors $(n-13)$ est divisible par 4 et par 5.

b) Montrer que si un entier p est divisible par 4 et par 5 alors p est divisible par 20.

c) En déduire que si n est une solution de (S) alors $n-13 \equiv 0[20]$.

3) a) Vérifier que pour tous entiers relatifs n et k on a :

$n-13 = 20k$ si et seulement si $n-1 = 4(3+5k)$.

b) Montrer que si $n-13 \equiv 0[20]$ alors n est une solution du système (S).

c) En déduire l'ensemble des solutions du système (S).

4) Un puzzle contient N pièces, si on les range par 4 il en reste une seule pièce et si on les range par 5 il en reste 3 pièces.

Déterminer N sachant qu'il est compris entre 40 et 60.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences de l'informatique
Session principale (2020)
Annexe à rendre avec la copie