REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION DE JUIN **2014**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 3 H Coefficient : 3
Section : Sciences expérimentales	**Session de contrôle**

Le sujet comporte 4 pages. La page annexe 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (5 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère l'ensemble (S) des points M(x, y, z) de l'espace tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$.

1) Montrer que (S) est la sphère de centre le point $I(1,-1,0)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

2) Soit Δ la droite passant par le point $A(0,0,3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$.

   a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ.

   b) Montrer que l'intersection de Δ et (S) est vide.

3) Soit B le point de coordonnées (3, 0, 0).

   a) Justifier que le point B et la droite Δ déterminent un plan P.

   b) Montrer que P a pour équation cartésienne $x + y + z - 3 = 0$.

   c) Prouver que le plan P est tangent à la sphère (S) et déterminer les coordonnées de leur point de contact.

Exercice 2 (5 points)

On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $2z^2 - \sqrt{2}(1-i)z - 2i = 0$.

1) a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $6(1+i)^2$.

   b) Résoudre l'équation (E).

2) a) Donner l'écriture exponentielle de $1-i$.

   b) Vérifier que pour tout nombre complexe z :

$$2\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}z\right)^2 - \sqrt{2}(1-i)\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}z\right) - 2i = -2i(z^2 - z + 1).$$

   c) Montrer que les solutions de l'équation $z^2 - z + 1 = 0$ sont $e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}$.

   d) En déduire une écriture exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

   e) Déterminer alors la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$.

Exercice 3 (4 points)

Lors d'une étude vétérinaire faite sur les vaches d'une région agricole, on a remarqué la présence d'une maladie M et que la probabilité qu'une vache soit atteinte par cette maladie est égale à 0,1.

Un fermier de cette région possède un troupeau de 20 vaches.

1) On note X la variable aléatoire égale au nombre de vaches de ce troupeau atteintes par la maladie M et on considère les deux événements suivants :

   A : " Aucune vache de ce troupeau n'est atteinte par la maladie M "

   B : " Au moins une vache de ce troupeau est atteinte par la maladie M ".

   a) Justifier que $p(A) = (0{,}9)^{20}$.

   b) En déduire p(B).

   c) Déterminer le nombre moyen de vaches de ce troupeau qui sont atteintes par la maladie M.

2) Pour dépister la maladie M chez les 20 vaches du fermier, on procède ainsi :

   On effectue d'abord une analyse sur un échantillon contenant un mélange du lait des 20 vaches. Si le résultat est positif, on effectue une analyse du lait de chaque vache.

   On note Y la variable aléatoire égale au nombre d'analyses possibles effectuées.

   a) Déterminer la loi de probabilité de Y.

   b) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de l'espérance E(Y) de la variable Y.

Exercice 4 (6 points)

Soit f et g les fonctions définies sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln x - \frac{x-1}{x} \quad \text{et} \quad g(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)\ln x .$$

On désigne par C_f et C_g les courbes de f et g dans un même repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement ces résultats.

   b) Justifier que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$.

2) a) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que :

   pour tout réel x de $]0,+\infty[$, $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

   b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3) On donne, ci-contre, le tableau de variation de la fonction $g-f$.

x	0		1		$+\infty$
$g-f$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

a) Préciser la position relative des courbes C_f et C_g.

b) Soit a un réel de $]1,+\infty[$, M le point de la courbe C_f d'abscisse a et N le point de la courbe C_g de même abscisse a.

Justifier que $MN<1$.

4) Dans **l'annexe** ci-jointe, on a tracé la courbe C_g.

a) Tracer la courbe C_f.

b) Vérifier que pour tout réel x de $]0,+\infty[$, $g(x)-f(x)=1-\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}$.

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par les courbes C_f, C_g et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

Section : ……………..…….. N° d'inscription : ………………… Série : ………...

Nom et prénom : ………………………………………………………………………….

Date et lieu de naissance : ……………………………………………………………….

Signatures des surveillants

………………

………………

Epreuve : MATHEMATIQUES - Section : Sciences expérimentales

Annexe (à rendre avec la copie)