REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION DE JUIN **2014**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 2 H Coefficient : 2
Section : Economie et Gestion	**Session principale**

Le sujet comporte 03 pages.

Exercice 1 (4,5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

A) Une classe est constituée de 18 filles et 12 garçons. Le tiers des garçons et la moitié des filles aiment les mathématiques. On choisit au hasard un élève de la classe. On note F l'évènement "l'élève est une fille" et M l'évènement " l'élève aime les mathématiques". On a alors:

1) a) $p(\mathrm{F}) = \frac{2}{3}$ b) $p(\mathrm{F}) = \frac{3}{5}$ c) $p(\mathrm{F}) = \frac{2}{5}$

2) L'élève choisi est un garçon. La probabilité qu'il aime les mathématiques est égale à :

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$

3) a) $p(\mathrm{M}) = \frac{3}{10}$ b) $p(\mathrm{M}) = \frac{13}{30}$ c) $p(\mathrm{M}) = \frac{5}{6}$

4) On constate que l'élève choisi aime les mathématiques. La probabilité qu'il s'agisse d'une fille est égale à:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{9}{13}$

B) 1) Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$, par $f(x) = \dfrac{2x+1}{2x}$. Une primitive F de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$ a pour expression:

a) $F(x) = x + \frac{1}{2}\ln(x)$ b) $F(x) = \dfrac{x^2+x}{x^2}$ c) $F(x) = x + \ln(2x)$

2) La valeur de l'intégrale $I = \int_{-1}^{1} xe^{x^2}\,dx$ est égale à :

a) e b) $\frac{1}{2}(e - \frac{1}{e})$ c) 0

Exercice 2 (4,5 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$.

1) a) Montrer par récurrence que $u_n \succ -1$.

b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

c) Déduire que la suite (u_n) est convergente.

2) Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{1}{u_n + 1}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $\dfrac{1}{2}$ et donner son premier terme v_0.

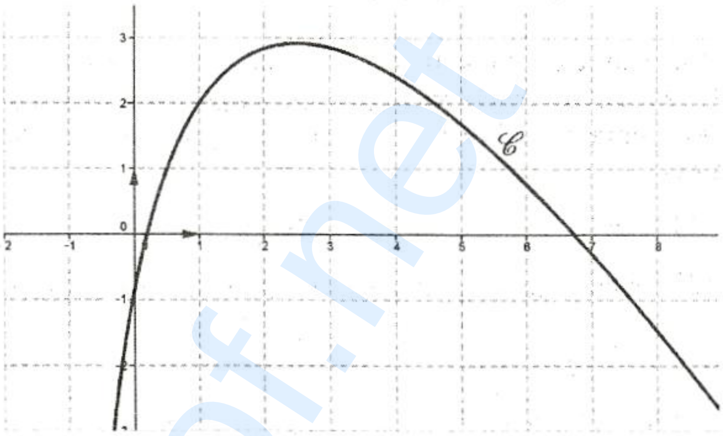
b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c) Déterminer la limite de la suite (u_n).

Exercice 3 (6 points)

On a représenté ci-contre la courbe $\mathscr{C}$, dans un repère orthonormé du plan, de la fonction f définie sur $]-1\,;+\infty[$ par :

$f(x) = 7\ln\left(\dfrac{x+1}{2}\right) + 4 - 2x.$



1) Donner graphiquement le nombre de solutions dans $]-1\,;+\infty[$ de l'équation $f(x) = 2$.

2) Vérifier que $f(4{,}7) \prec f(1) \prec f(4{,}6)$.

3) a) Montrer que pour tout réel x dans $]-1\,;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{5-2x}{x+1}$

b) Dresser le tableau de variations de f .

c) Déterminer alors la valeur du maximum de la fonction f .

4) Une entreprise fabrique des objets. On désigne par x en dizaines, le nombre d'objets fabriqués. On admet que $f(x)$ désigne le bénéfice en milliers de dinars, réalisé par la vente de ces x objets.

a) Calculer le bénéfice de cette entreprise si elle fabrique et vend 10 objets.

b) Déterminer dans quel intervalle peut varier le nombre d'objets à fabriquer et à vendre pour que le bénéfice soit supérieur ou égal à deux mille dinars.

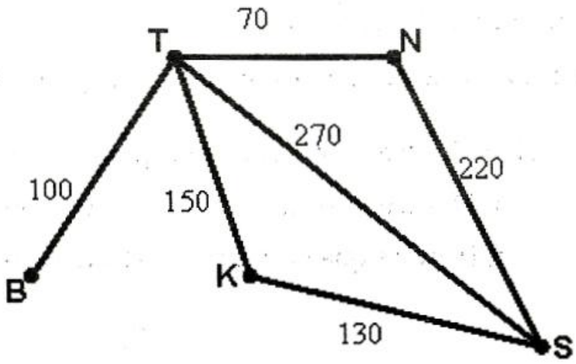
c) Déterminer le nombre d'objets à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Quel est le montant arrondi en dinars de ce bénéfice ?

Exercice 4 (5 points)

On considère le graphe pondéré ci-contre de sommets B, K, N, S et T.

1) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	B	K	N	S	T
Degré					



b) Justifier que ce graphe admet au moins une chaîne eulérienne et donner un exemple.

2) Déterminer la matrice A associée à ce graphe, en respectant l'ordre B-K-N-S-T.

3) On admet que $A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 6 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

a) Combien de chaines de longueur 3 reliant S à B ?
b) Combien de chaines de longueur 3 reliant S à T ?

4) Une entreprise vient de s'installer en Tunisie dont la direction administrative à Tunis, l'atelier à Sfax et les points de distribution autres que les deux villes citées sont à Béja, à Kairouan et à Nabeul. On donne les distances approximatives en km de :
Tunis à Nabeul (70), Tunis à Kairouan (150), Tunis à Béja (100), Tunis à Sfax (270), Sfax à Nabeul (220) et Sfax à Kairouan (130).
Déterminer les chemins reliant Sfax à Béja passant exactement par deux autres villes.

5) Déterminer le chemin le plus court entre Sfax et Béja.