| RÉPUBLIQUE TUNISIENNE<br>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION<br>*****<br>EXAMEN DU BACCALAURÉAT | Épreuve : **MATHÉMATIQUES** | |
|---|---|---|
| | **Section : Économie et Gestion** | |
| | Durée : 2H | Coefficient : 2 |
| SESSION **2016** | **Session de contrôle** | |

**Le sujet comporte 4 pages. La page 4 /4 est à rendre avec la copie.**

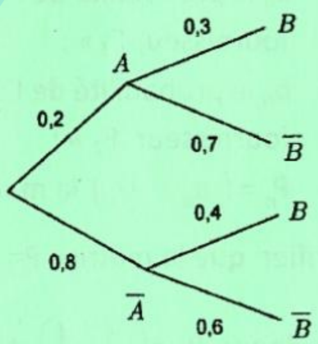
**Exercice 1 (4 points):**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est correcte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

I) Une expérience aléatoire est modélisée par l'arbre pondéré ci-contre où $A$ et $B$ sont deux événements et $\overline{A}$ et $\overline{B}$ leurs événements contraires respectifs.




1) La probabilité de l'événement $A \cap B$ est égale à :

a) 0,06 b) 0,5 c) 0,3

2) La probabilité de l'événement $\overline{B}$ est égale à :

a) 0,14 b) 0,48 c) 0,62

II) X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres 5 et 0,3

1) L'espérance mathématique de X est égale à :

a) 2,1 b) 1,5 c) 1,05

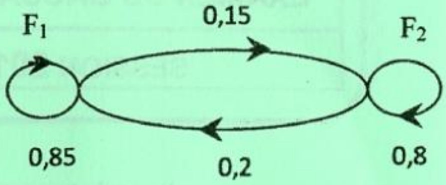
2) La variance de X est égale à :

a) 1,05 b) 1,5 c) 0,45

**Exercice 2 (5 points) :**

Un commerçant commande chaque semaine ses besoins auprès de l'un de deux fournisseurs $F_1$ et $F_2$. Le choix de l'un de deux fournisseurs d'une semaine à l'autre est modélisé par le graphe probabiliste (G) ci-contre où :

- Le sommet $F_1$ désigne l'état : « La commande est passée auprès du fournisseur $F_1$ ».
- Le sommet $F_2$ désigne l'état : « La commande est passée auprès du fournisseur $F_2$ ».




(G)

1) a) Lorsque la commande est passée auprès du fournisseur $F_1$, quelle est la probabilité qu'elle le soit encore la semaine suivante ?

b) Recopier et compléter la matrice de transition $M = \begin{pmatrix} 0,85 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$ de ce graphe en prenant les sommets $F_1$ et $F_2$ dans cet ordre.

2) Pour tout entier naturel non nul n, on désigne par :

- $a_n$ la probabilité de l'évènement : « la semaine n la commande est passée auprès du fournisseur $F_1$ » ;
- $b_n$ la probabilité de l'évènement : « la semaine n la commande est passée auprès du fournisseur $F_2$ » ;
- $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne décrivant l'état probabiliste pour la semaine n.

Vérifier que la matrice $P = \begin{pmatrix} \frac{4}{7} & \frac{3}{7} \end{pmatrix}$ traduit l'état stable de la situation.

3) On donne $P_1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix}$ et on admet que pour tout entier naturel non nul n :

$$M^n = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 4+3(0,65)^n & 3-3(0,65)^n \\ 4-4(0,65)^n & 3+4(0,65)^n \end{pmatrix}.$$

a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , $7P_1M^{n-1} = \begin{pmatrix} 4-(0,65)^{n-1} & 3+(0,65)^{n-1} \end{pmatrix}$.

b) En déduire que pour tout entier naturel non nul n , $a_n - b_n = \frac{1-2(0,65)^{n-1}}{7}$ .

c) Déterminer le rang de la semaine où, pour la première fois, la probabilité que le commerçant commande ses fournitures auprès du fournisseur $F_1$ dépasse la probabilité que le commerçant commande ses fournitures auprès du fournisseur $F_2$.

**Exercice 3 (6 points) :**

Dans la feuille annexe jointe (à rendre avec la copie), (C) est la courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ d'une fonction f définie et dérivable sur IR.

L'axe des abscisses est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.

La courbe (C) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

La courbe (C) admet une unique tangente horizontale et ce au point A (0,-1).

1) a) Donner f(0), f '(0), $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[0;+\infty[$.

a) Montrer que g réalise une bijection de $[0;+\infty[$ sur un intervalle que l'on précisera (On notera $g^{-1}$ la fonction réciproque de g).

b) Tracer dans le même repère de la feuille annexe la courbe (C') de la fonction $g^{-1}$.

3) On admet que pour tout réel x de $[0;+\infty[$ $g(x)=(x-1)e^x$.

a) Montrer que pour tout $x \in [0;+\infty[$ $g(x) = g'(x) - e^x$ où g' est la fonction dérivée de g.

b) Montrer que $\int_0^1 g(x)dx = 2-e$.

4) a) Hachurer la partie (S) du plan limitée par la courbe(C), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x=1.

b) Calculer l'aire de (S).

**Exercice 4 (5points) :**

On considère la suite $(U_n)$ définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 ; n \in IN \end{cases}$

1) a) Calculer $U_1$ et $U_2$.

b) Montrer que $(U_n)$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $U_n > 3$.

3) Soit la suite $(V_n)$ définie sur IN par $V_n = \ln(U_n - 3)$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n, $V_{n+1} = V_n - \ln 3$.

b) En déduire que pour tout entier naturel n, $V_n = \ln 2 - n\ln 3$

c) Montrer que pour tout entier naturel n, $U_n = 3 + \frac{2}{3^n}$.

d) Calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

**Annexe (à rendre avec la copie)**