

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION



EXAMEN DU BACCALAURÉAT
SESSION 2017

Épreuve : **Mathématiques**

Section : **Economie et Gestion**

Durée : 2h

Coefficient : 2

Session de contrôle

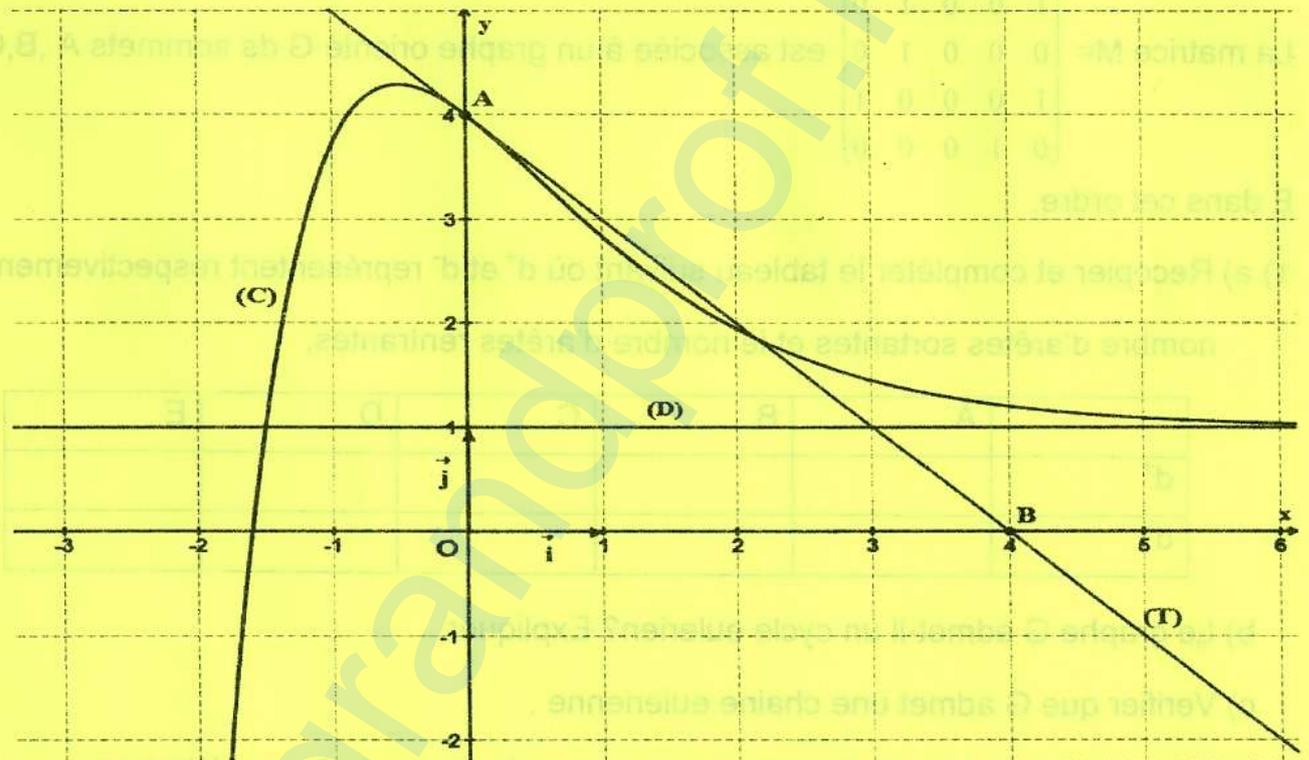
Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe (C) ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

- La tangente T à la courbe (C) au point $A(0,4)$ passe par le point $B(4,0)$.
- La droite D d'équation $y=1$ est une asymptote horizontale à (C) au voisinage de $+\infty$.



1) En utilisant les données et le graphique, déterminer :

a) $f(0)$ et $f'(0)$,

b) Une équation de la tangente (T),

c) La limite de la fonction f en $+\infty$,

d) Un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire \mathcal{A} , de la partie du plan

limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

2) On suppose dans la suite que la fonction f est définie sur \mathbb{R} par:

$$f(x) = 1 + (ax + b)e^{-x}, \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres réels.}$$

a) Vérifier que $f'(x) = (-ax + a - b)e^{-x}$, pour tout réel x .

b) Montrer alors que $f(x) = 1 + (2x + 3)e^{-x}$, pour tout réel x .

c) Vérifier que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = x - (2x + 5)e^{-x}$

est une primitive de f sur \mathbb{R} .

d) Déterminer alors, en unité d'aire, la valeur exacte de \mathcal{A} .

Exercice 2 (5 points)

La matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est associée à un graphe orienté G de sommets A, B, C, D et

E dans cet ordre.

1) a) Recopier et compléter le tableau suivant où d^+ et d^- représentent respectivement le nombre d'arêtes sortantes et le nombre d'arêtes entrantes.

	A	B	C	D	E
d^+					
d^-					

b) Le graphe G admet-il un cycle eulerien? Expliquer.

c) Vérifier que G admet une chaîne eulerienne.

d) Représenter le graphe G et donner un exemple d'une chaîne eulérienne.

2) On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Combien y a-t-il de chaînes de longueur 2 reliant le sommet B au sommet E ?

Exercice 3 (5 points)

On donne les matrices A , B et C telles que:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & \frac{29}{2} \\ \frac{-5}{2} & 1 & -11 \\ 2 & -5 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{et } C = A + B$$

- 1) Déterminer la matrice C .
- 2) a) Calculer le déterminant de la matrice A . En déduire que A est inversible.
b) Justifier que C est la matrice inverse de A .

3) Soit dans \mathbb{R}^3 le système (S) :
$$\begin{cases} 2x + 2y - z + 4 = 0 \\ x + 6y + 4z - 8 = 0 \\ 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$$

- a) Le triplet $(-2, 1, 2)$ est-il solution de (S) ? Expliquer.
- b) Montrer que:

$$(a, b, c) \text{ est une solution du système } (S) \text{ si et seulement si } A \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- c) Résoudre alors le système (S) .

Exercice 4 (5 points)

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = 2e, \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n + e), \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) a) Montrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > e$.
b) Montrer que la suite U est décroissante.
c) En déduire que la suite U est convergente.
- 3) Soit la suite V définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_n - e$.
a) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
c) Déterminer alors la limite de U_n quand n tend vers $+\infty$.