

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ●●●●● EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION 2018	Session de contrôle	
	<i>Epreuve :</i> Mathématiques	<i>Section :</i> Economie et Gestion
	Durée : 2h	

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

Exercice 1: (4points)

On considère la suite réelle (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) a) Montrer par récurrence, que pour tout entier naturel n , on a : $1 \leq u_n < 3$.

b) Vérifier que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(3 - u_n)}{1 + u_n}$.

c) En déduire le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

d) Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.

2) Soit (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $v_n = \frac{3 - u_n}{u_n}$; pour tout entier naturel n .

a) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

b) Vérifier que pour tout entier naturel n , on a : $u_n = \frac{3}{1 + v_n}$.

c) Déterminer alors la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Exercice 2: (5points)

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 et d'une pièce de monnaie.

L'urne U_1 contient 3 boules blanches et 2 boules rouges.

L'urne U_2 contient une boule blanche et 4 boules rouges.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

La pièce de monnaie est truquée de façon que lorsqu'elle est lancée, la probabilité

d'obtenir " face" est égale à $\frac{3}{4}$.

On considère l'épreuve suivante : On lance la pièce de monnaie

- Si on obtient "pile», on tire une boule de l'urne U_1 .
- Si on obtient «face», on tire une boule de l'urne U_2 .

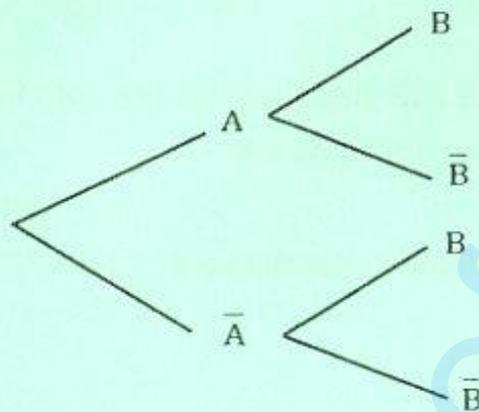
On désigne par A et B les événements suivants :

A : « Obtenir pile ».

B : « obtenir une boule blanche ».

1) a) Calculer $P(A)$.

b) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant décrivant la situation.



2) a) Montrer que $P(B) = \frac{3}{10}$.

b) Quelle est la probabilité d'obtenir " pile», sachant que la boule tirée est blanche ?

3) On répète l'épreuve précédente 5 fois de suite, en remettant à chaque fois, la boule tirée dans son urne d'origine.

On note par X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'épreuves donnant une boule blanche.

a) Calculer la probabilité de l'événement $(X= 4)$.

b) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

Exercice 3: (5points)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 9,9 & 7,5 & 3,75 \\ 1030 & 780 & 385 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 7900 & -75 & -750 \\ -12900 & 123 & 1020 \\ 5000 & -48 & -60 \end{pmatrix}$.

1) a) Calculer le déterminant de A. En déduire que A est inversible.

b) Calculer $A \times B$.

c) En déduire la matrice inverse A^{-1} de A.

- 2) Un bijoutier fabrique des bagues de trois types B_1 , B_2 et B_3 par l'alliage de l'or pur avec d'autres métaux. Chaque bague fabriquée pèse 5 grammes. Le tableau suivant indique le pourcentage massique d'or pur et le prix d'une bague pour chaque type.

Type de bague	B_1	B_2	B_3
Pourcentage massique d'or pur	99%	75%	37,5%
Prix d'une bague (en dinars)	1030	780	385

Pendant un mois, le bijoutier a utilisé 312 grammes d'or pur pour fabriquer 100 bagues qu'il les vend avec un total de 64700 dinars.

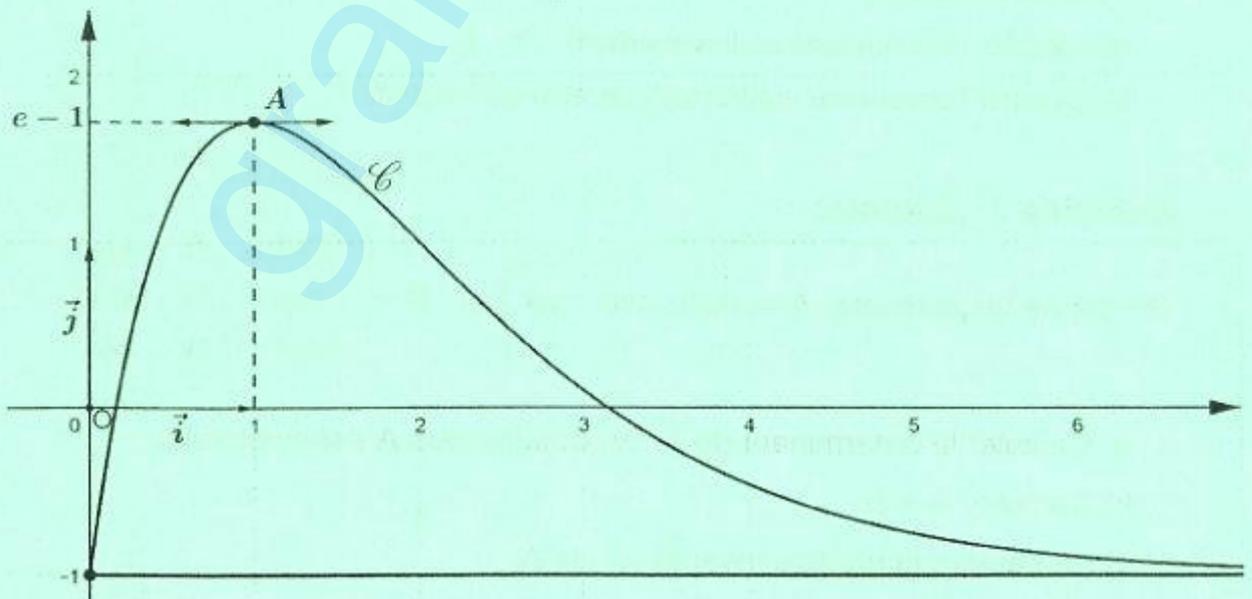
- a) Montrer que la situation se traduit par le système (S):
- $$\begin{cases} 9,9x + 7,5y + 3,75z = 624 \\ 1030x + 780y + 385z = 64700 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$
- b) Donner l'écriture matricielle de (S).
- c) Déterminer alors le nombre de bagues fabriquées de chaque type.

Exercice 4: (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe \mathcal{C} ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur $[0, +\infty[$.

- \mathcal{C} admet au point $A(1; e-1)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- La droite d'équation $y = -1$ est une asymptote à \mathcal{C} au voisinage de $+\infty$.



A) 1) En utilisant les données et le graphique, donner :

a) $f(1)$ et $f'(1)$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

c) Le nombre de solutions dans $[0, +\infty[$ de l'équation $f(x) = 0$.

d) Le tableau de variations de la fonction f sur $[0, +\infty[$.

2) On admet dans la suite que la fonction f est définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = xe^{2-x} - 1$$

a) Montrer que la fonction F définie par : $F(x) = -(x+1)e^{2-x} - x$ est une primitive de f sur $[0, +\infty[$.

b) Calculer l'aire \mathcal{A} en unités d'aires, de la région du plan délimitée par

la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 3$.

B) Une entreprise vend x en centaines de litres de peinture par jour ($0,5 \leq x \leq 3$).

Le bénéfice réalisé en milliers de dinars est égal à $f(x)$.

1) Calculer le bénéfice en dinars réalisé pour la vente de 200 litres.

2) Déterminer la quantité du produit en litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal et préciser ce bénéfice à un dinar près.

3) L'entreprise vend chaque jour une quantité de peinture qui varie entre 50 et 300 litres. Déterminer alors le bénéfice moyen de l'entreprise à un dinar près.