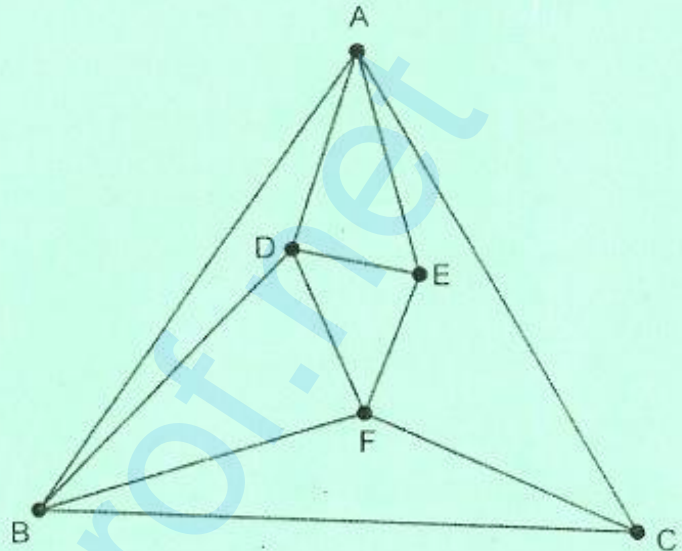


REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ●●●●● EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION 2018	Session principale	
	<i>Epreuve :</i> Mathématiques	<i>Section :</i> Economie et Gestion
	Durée : 2h	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">◆</div>

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1 :(5 points)

On considère le graphe G ci- contre, dont les sommets sont A, B, C, D, E et F pris dans cet ordre.



- 1) Justifier que le graphe G est connexe.
- 2) Justifier que le graphe G admet au moins une chaîne eulérienne et donner un exemple.
- 3) a) Justifier que le graphe G n'admet pas de cycle eulérien.
b) Quelle arrête peut-on alors ajouter pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?
- 4) Déterminer le nombre chromatique du graphe G en expliquant clairement la démarche.
- 5) Déterminer la matrice M associée à ce graphe (les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique)

6) On donne $M^3 =$

$$\begin{pmatrix} 6 & 11 & 10 & 11 & 10 & 6 \\ 11 & 8 & 8 & 11 & 6 & 11 \\ 10 & 8 & 4 & 6 & 5 & 10 \\ 11 & 11 & 6 & 8 & 8 & 11 \\ 10 & 6 & 5 & 8 & 4 & 10 \\ 6 & 11 & 10 & 11 & 10 & 6 \end{pmatrix}$$

Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 reliant les sommets C et E et citer toutes ces chaînes.

Exercice 2 :(5 points)

Soit (U_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N}^* par
$$\begin{cases} U_1 = 800 \\ U_{n+1} = 0,7U_n + 300 ; n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

- 1) a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul n on a : $U_n \leq 1000$.
 b) Montrer que la suite (U_n) est croissante.
 c) En déduire que la suite (U_n) est convergente.
- 2) On considère la suite (V_n) définie sur \mathbb{N}^* par : $V_n = 1000 - U_n$
 - a) Prouver que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.
 - b) Exprimer V_n en fonction de n pour tout entier naturel non nul n .
 - c) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , on a : $U_n = 200(5 - (0,7)^{n-1})$.
- 3) Lors du 1^{er} mois de son ouverture, un magasin compte 800 clients.
 Chaque mois, on note 300 nouveaux clients qui s'ajoutent à 70% des clients du mois précédent.
 Quel est le rang du mois où le nombre de clients du magasin dépassera 990 ?

Exercice 3 :(4 points)

Le tableau suivant donne l'évolution de la population en Tunisie d'une décennie à autre en milieux urbains entre les années 1964 et 2014.

Année	1964	1974	1984	1994	2004	2014
Rang X_i	1	2	3	4	5	6
Effectifs Y_i (en millions)	1,8	2,7	3,6	5,4	6,4	7,4

(Source : I NS)

- 1) a) Représenter le nuage de points de la série statistique (X, Y) dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 b) Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement affine ? Justifier votre réponse.
- 2) Calculer \bar{X} et \bar{Y} , puis placer le point moyen $G(\bar{X}; \bar{Y})$ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 3) On admet que la droite passant par le point moyen G et par le point P de coordonnées $(5; 6,4)$ est une droite d'ajustement de ce nuage de points.
 - a) Tracer la droite (GP) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})
 - b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (GP) (On arrondira au centième les résultats des calculs).
 - c) Donner une estimation de la population de la Tunisie en milieux urbains en 2034.

Exercice 4: (6 points)

Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 - x e^x$.

Le tableau suivant donne les variations de la fonction g sur $]0, +\infty[$.

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	1	0	$-\infty$

(α est l'unique solution dans $]0, +\infty[$ de l'équation $g(x) = 0$).

1) Déterminer suivant les valeurs de x , le signe de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$.

2) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x + (1-x)e^x$.

On désigne par \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

a) Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$; on a : $f'(x) = g(x)$.

b) Vérifier que pour tout $x > 0$, on a : $f(x) = x \left[1 + \left(\frac{1}{x} - 1\right)e^x \right]$ puis déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

c) Montrer que $f(\alpha) = \frac{\alpha^2 - \alpha + 1}{\alpha}$.

3) Dresser le tableau de variations de f .

4) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Déterminer une équation de la demi tangente T à \mathcal{C} au point d'abscisse 0.

c) Tracer \mathcal{C} et T dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})

(On prendra $\alpha = 0,6$ et on arrondira $f(\alpha)$ à 10^{-1} près).

5) Soit F la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = (2-x)e^x + \frac{x^2}{2}$.

a) Vérifier que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.

b) En déduire en unités d'aires, l'aire \mathcal{A} de la partie du plan délimitée par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.