RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2019	Session principale	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Économie et Gestion**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve: **2**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La page 4 / 4 est à rendre avec la copie

Exercice 1 :(4,5 points)

On donne les matrices $A=\begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 3 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) a) Calculer le déterminant de A et déduire que la matrice A est inversible.

b) Calculer la matrice A x $(B-2I_3)$ puis déduire la matrice inverse de A.

2) Soit dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) : $\begin{cases} 4x-2y+6z=1 \\ 3x-y+5z=2 \\ -x+y-3z=1 \end{cases}$

a) Existe-t-il un réel α pour que le triplet (α, α,0) soit une solution de (S) ? Justifier votre réponse.

b) Montrer que :

(a,b,c) est solution de (S) si et seulement si $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) Résoudre alors dans $\mathbb{R}^3$ le système (S).

Exercice 2 : (4,5 points)

Dans le tableau suivant on donne l'évolution du prix moyen (**en millimes**) d'un litre d'essence sans plomb entre les années 2009 et 2017.

année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix moyen y_i	1270	1320	1370	1420	1490	1570	1640	1670	1750

1) a) Représenter le nuage de points de la série statistique (x_i ; y_i) dans l'annexe ci-jointe.

b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine.

c) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer.

2) a) Déterminer par la méthode des moindres carrées une équation cartésienne de la droite de régression D de y en x.

b) Tracer la droite D.

c) En utilisant cet ajustement, estimer le prix moyen d'un litre d'essence sans plomb pour l'année 2023.

Exercice 3 : (6 points)

Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=(x-1)\ln x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ et interpréter graphiquement ce résultat.

2) Justifier que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $f'(x)=\ln x+\dfrac{x-1}{x}$ pour tout $x\in\,]0,+\infty[$.

3) a) Montrer que $\ln x$ et $\dfrac{x-1}{x}$ sont de même signe sur chacun des intervalles $]0,1[$ et $]1,+\infty[$.

b) Dresser alors le tableau de variations de f.

4) Tracer la courbe (C).

5) Soit la fonction F définie sur $]0,+\infty[$ par $F(x)=(\dfrac{x^2}{2}-x)\ln x-\dfrac{x^2}{4}+x$.

a) Montrer que F est une primitive de f sur $]0,+\infty[$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=e$.

Exercice 4 : (5points)

Soit la suite réelle (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 0, \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{1+u_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

1) a) Calculer u_1 et u_2 et en déduire que la suite (u_n) n'est pas monotone.

b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 2$.

2) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $-\dfrac{1}{2}$ et déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{1+2v_n}{1-v_n}$.

c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion
Session principale (2019)

Annexe à rendre avec la copie