


RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2019	<b>Session principale</b>	
	Épreuve : <b>Mathématiques</b>	Section : <b>Économie et Gestion</b>
	 Durée : <b>2h</b>	Coefficient de l'épreuve: <b>2</b>

⦿ ⦿ ⦿ ⦿ ⦿ ⦿

*Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.*

*La page 4 / 4 est à rendre avec la copie*

**Exercice 1 :**(4,5 points)

On donne les matrices  $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 3 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -2 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  et  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- 1) a) Calculer le déterminant de A et déduire que la matrice A est inversible.
- b) Calculer la matrice  $A \times (B - 2I_3)$  puis déduire la matrice inverse de A.

2) Soit dans  $\mathbb{R}^3$  le système (S) :

$$\begin{cases} 4x - 2y + 6z = 1 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ -x + y - 3z = 1 \end{cases}$$

- a) Existe-t-il un réel  $\alpha$  pour que le triplet  $(\alpha, \alpha, 0)$  soit une solution de (S) ? Justifier votre réponse.
- b) Montrer que :

$$(a, b, c) \text{ est solution de (S) si et seulement si } \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ -1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- c) Résoudre alors dans  $\mathbb{R}^3$  le système (S).

**Exercice 2 :** (4,5 points)

Dans le tableau suivant on donne l'évolution du prix moyen (en millimes) d'un litre d'essence sans plomb entre les années 2009 et 2017.

année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix moyen $y_i$	1270	1320	1370	1420	1490	1570	1640	1670	1750

- 1) a) Représenter le nuage de points de la série statistique  $(x_i ; y_i)$  dans l'annexe ci-jointe.
  - b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine.
  - c) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer.
- 2) a) Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation cartésienne de la droite de régression D de y en x.
  - b) Tracer la droite D.
  - c) En utilisant cet ajustement, estimer le prix moyen d'un litre d'essence sans plomb pour l'année 2023.

### Exercice 3 : (6 points)

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = (x-1)\ln x$  et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.
  - b) calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  puis vérifier que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  et interpréter graphiquement ce résultat.
- 2) Justifier que  $f$  est dérivable sur  $]0, +\infty[$  et que  $f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x}$  pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ .
- 3) a) Montrer que  $\ln x$  et  $\frac{x-1}{x}$  sont de même signe sur chacun des intervalles  $]0, 1[$  et  $]1, +\infty[$ .
  - b) Dresser alors le tableau de variations de  $f$ .
- 4) Tracer la courbe (C).
- 5) Soit la fonction  $F$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\ln x - \frac{x^2}{4} + x$ .
  - a) Montrer que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .
  - b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=1$  et  $x=e$ .

**Exercice 4 : (5points)**

Soit la suite réelle  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} u_0 = 0, \\ u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1) a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$  et en déduire que la suite  $(u_n)$  n'est pas monotone.

b) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq u_n \leq 2$ .

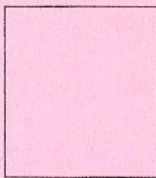
2) Soit la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $-\frac{1}{2}$  et déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .

b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{1 + 2v_n}{1 - v_n}$ .

c) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente.



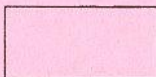


Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et Prénom : .....

Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants
.....
.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion  
Session principale (2019)

Annexe à rendre avec la copie

