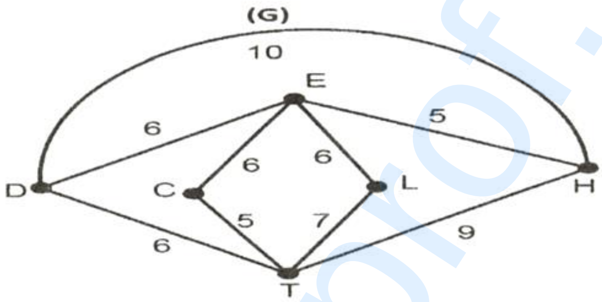
RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2020	**Session principale**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Économie et Gestion**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve: **2**

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1: (5 points)

Un médecin part quotidiennement de son domicile **D** pour amener ses deux filles ; l'une à son école **E** et l'autre au collège **C**, son enfant au lycée **L** et sa femme à son lieu de travail **T** avant de rejoindre son travail à l'hôpital **H** à 8 heures du matin.

Le graphe pondéré **(G)** ci-dessous représente le réseau routier tenant compte du temps de parcours (**en minutes**).



1) Justifier que le graphe **(G)** est connexe.

2) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

sommet	C	D	E	H	L	T
degré						

b) Montrer que le graphe **(G)** n'admet pas un cycle eulérien.

c) Prouver que **(G)** admet une chaine eulérienne et donner un exemple.

3) Déterminer la matrice associée au graphe **(G)** en respectant l'ordre **C-D-E-H-L-T.**

4) Si le médecin part de son domicile à 7heures et 25 minutes, en empruntant chaque route de son parcours une seule fois , peut-il arriver à l'heure à son travail ? Expliquer.

Exercice 2 : (5 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 3 & 3 & 5 \\ 6 & 5 & 9 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & -10 & 4 \\ 3 & -6 & 1 \\ -3 & 10 & -3 \end{pmatrix}$.

1) a) Calculer le déterminant de la matrice A et déduire qu'elle est inversible.

b) Déterminer la matrice A x B, en déduire la matrice A^{-1} inverse de A.

2) Un menuisier fabrique des argentières suivant trois modèles.

La conception de chaque modèle nécessite le passage par trois postes de travail.

Les coûts unitaires de fabrication sont : 500 dinars pour le modèle1, 350 dinars pour le modèle2 et 650 dinars pour le modèle3.

Le tableau suivant indique le nombre d'heures nécessaires par poste pour la fabrication d'une argentière de chaque modèle.

Modèle \ Poste	Poste p_1	Poste p_2	Poste p_3
Modèle1	8 heures	10 heures	14 heures
Modèle2	6 heures	6 heures	10 heures
Modèle3	12 heures	10 heures	18 heures

Soient x, y et z les coûts horaires respectifs par postes p_1, p_2 et p_3.

a) Montrer que la situation se traduit par le système (S) : $\begin{cases} 4x+5y+7z=250 \\ 3x+3y+5z=175 \\ 6x+5y+9z=325 \end{cases}$

b) Donner l'écriture matricielle de (S).

c) Résoudre alors le système (S).

Exercice3 : (4 points)

On considère la suite réelle (u_n) définie sur ℕ par : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{u_n+4}; n\in\mathbb{N}. \end{cases}$

1) a) Vérifier que pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1}-1=\dfrac{2(u_n-1)}{u_n+4}$.

b) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $0\le u_n\le 1$.

c) Vérifier que : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n+2)(1-u_n)}{u_n+4}$ et déduire que la suite (u_n) est Croissante.

d) Justifier que la suite (u_n) est convergente.

2) Soit (v_n) la suite définie sur ℕ par : $v_n=\dfrac{(u_n-1)}{u_n+2}$, pour tout entier naturel n.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$.

b) Exprimer v_n en fonction de n et prouver que pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n = \frac{2-2(\frac{2}{5})^n}{2+(\frac{2}{5})^n}$$

c) Calculer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice n°4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x) = (x+1)e^{-x}$

1) **a)** Montrer que, pour tout $x \in [0,+\infty[$, on a : $f(x) = \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) **a)** Montrer que, pour tout $x \in [0,+\infty[$, $f'(x) = -xe^{-x}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet une unique solution $\alpha \in [0,+\infty[$.

(On prendra α =1,7).

3) On note g la fonction définie sur $[0,+\infty[$, par: $g(x) = -(x+2)e^{-x}$.

a) Montrer que g est une primitive de f sur $[0,+\infty[$.

b) montrer que valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1,4]$ est $\overline{f} = \frac{e^3-2}{e^4}$.

4) Une entreprise produit chaque jour x milliers de pièces avec $x \in [1,4]$.
Le prix de revient d'une pièce, en dinars, est égal à $f(x)$.

a) Calculer le prix de revient moyen à 10^{-3} prés d'une pièce pour une production entre 1000 et 4000 pièces.

b) A-partir de quelle quantité de pièces produites, le prix de revient d'une pièce est inférieur à 0,5 dinars?