RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	Session de contrôle
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Économie et Gestion**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve: **2**

N° d'inscription

*****

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4

Exercice 1: (4 points)

Le tableau ci-dessous résume l'évolution des prix de vente du m^2 d'un même tissu consacré pour la confection des costumes pour hommes, de l'année 1995 à l'année 2019.

Année	1995	1997	2000	2004	2010	2013	2019
Rang x_i de l'année	0	2	5	9	15	18	24
Prix y_i du m^2 en dinars	50	55	65	75	98	105	130

1) a) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points de la série (X,Y).

b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine.

c) Calculer, à 10^{-1} près, les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

2) Dans cette question, tous les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

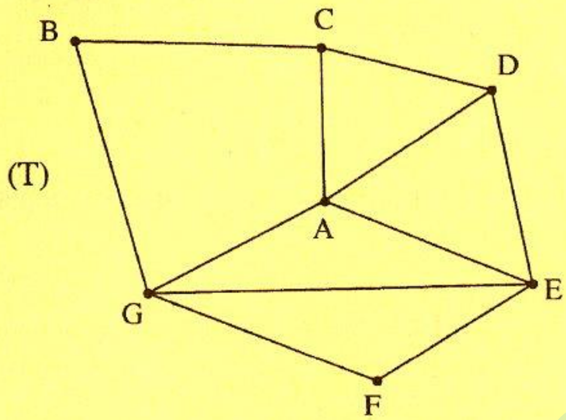
a) Calculer le coefficient r de corrélation linéaire de la série (X,Y).

b) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D de régression de Y en X.

3) En utilisant la droite D, donner une estimation à un dinar près, du prix de vente de 50 m^2 du tissu en 2022.

Exercice 2 : (5,5 points)

On considère le graphe (T), non orienté, ci-dessous :



1) a) Quel est l'ordre du graphe (T)?

b) Le graphe (T) est-il complet ? Pourquoi ?

2) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E	F	G
Degré							

b) Prouver que (T) n'admet pas un cycle eulérien.

c) Montrer que (T) admet une chaine eulérienne et donner un exemple.

3) a) soit γ le nombre chromatique du graphe (T), montrer que : $3 \leq \gamma \leq 5$.

b) Déterminer γ.

4) Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique (A, B, C, D, E, F et G).

a) Ecrire la matrice M associée au graphe (T).

b) On donne la matrice : $M^3 = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 8 & 7 & 9 & 3 & 10 \\ 2 & 0 & 5 & 3 & 4 & 1 & 6 \\ 8 & 5 & 2 & 6 & 4 & 4 & 3 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 8 & 3 & 5 \\ 9 & 4 & 4 & 8 & 6 & 6 & 8 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 & 6 \\ 10 & 6 & 3 & 5 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

Combien de chaines de longueur 3 reliant les sommets B et E ?

Donner toutes ces chaines.

Exercice 3 : (5 points)

I) On donne les matrices : $Q=\begin{pmatrix}20 & 30 & 10\\ 20 & 10 & 40\\ 30 & 20 & 30\end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix}5\\ 2,5\\ 4\end{pmatrix}$ et $A=\begin{pmatrix}20 & 15 & 8\\ 20 & 5 & 32\\ 15 & 5 & 12\end{pmatrix}$.

1) Calculer $Q\times P$.

2) a) Calculer le déterminant de A et déduire que A est inversible.

b) Vérifier que la matrice A^{-1} inverse de A est : $A^{-1}=\frac{1}{1800}\begin{pmatrix}-100 & -140 & 440\\ 240 & 120 & -480\\ 25 & 125 & -200\end{pmatrix}$.

II) Chaque mois, une usine utilise dans sa production trois matières M_1, M_2 et M_3 provenant de trois fournisseurs F_1, F_2 et F_3. Le tableau suivant représente les quantités mensuelles en tonnes fournies par les trois fournisseurs pour chaque matière.

Fournisseur \ Matière	M_1	M_2	M_3
F_1	20	30	10
F_2	20	10	40
F_3	30	20	30

Le prix d'une tonne de chacune des matières M_1, M_2 et M_3 est respectivement 5 milles dinars ; 2,5 milles dinars et 4 milles dinars ; respecté par les trois fournisseurs.

1) Calculer le coût mensuel total des trois matières.

2) Les prix des trois matières ont subi des hausses : de x % pour M_1, de y % pour M_2 et de z % pour M_3. Ainsi les factures mensuelles de l'usine ont augmenté :de 6 milles dinars chez F_1 ,de 7 milles dinars chez F_2 et de 8 milles dinars chez F_3.

a) Montrer que la situation se traduit par le système $(S):\begin{cases}20x+15y+8z=120\\ 20x+5y+32z=140\\ 15x+5y+12z=80\end{cases}$.

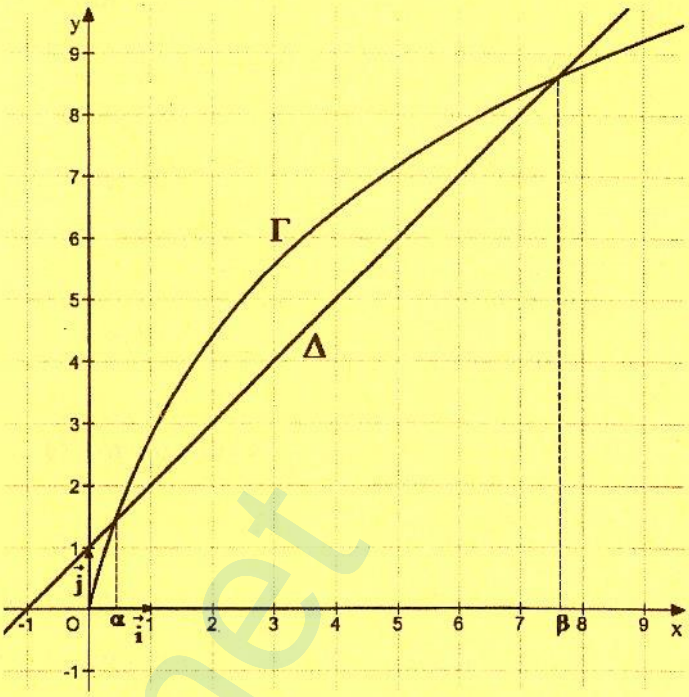
b) Donner l'écriture matricielle de (S).

c) Calculer alors les augmentations en pourcentages des prix de chaque matière.

3) Déterminer le coût mensuel des trois matières après les hausses.

Exercice 4: (5,5 points)

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan, on a représenté la courbe Γ d'une fonction g définie sur $[0,+\infty[$ et la droite Δ d'équation : $y = x+1$.



La courbe Γ admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique celle de $(O,\vec{i})$.

Δ coupe Γ en deux points d'abscisses α et β.

1) Par lecture graphique, donner:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$.

b) La position relative de Γ par rapport à Δ.

2) Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x) = 4\ln(x+1)-(x+1)$.

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

b) Vérifier que pour tout $x\in[0,+\infty[$, $f'(x)=\frac{3-x}{x+1}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

Dans la suite, on donne : $g(x)=4\ln(x+1)$, et on pose $h(x)=x+1$ pour tout $x\in[0,+\infty[$.

3) Exprimer $f(x)$ en fonction de $g(x)$ et $h(x)$ pour tout $x\in[0,+\infty[$.

4) Dans une usine, on fabrique des appareils ménagers. On désigne par :

- x le nombre d'appareils fabriqués en une journée.
- $g(x)$ la recette journalière (en milliers de dinars).
- $h(x)$ le coût de fabrication journalier (en milliers de dinars).

a) Combien faut-il fabriquer d'appareils par jour pour assurer un bénéfice maximal ?

Donner ce bénéfice à un dinar près.

b) Est-il rentable de fabriquer 7 appareils par jour ? Justifier.

c) A partir de quelle quantité d'appareils fabriqués par jour l'usine devient perdante ?