RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	Session principale
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Économie et Gestion**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve: **2**

*****

N° d'inscription

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4

Exercice 1 : (5 points)

On considère les matrices : $A = \begin{pmatrix} 32 & 21 & 12 \\ 20 & 7 & 12 \\ 12 & 21 & 9 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 189 & -63 & -168 \\ 36 & -144 & 144 \\ -336 & 420 & 196 \end{pmatrix}$.

1) a) Calculer le déterminant de A, en déduire que A est inversible.

b) Déterminer la matrice $A \times B$ et déduire la matrice A^{-1} inverse de A.

2) Soit le système $(S) : \begin{cases} 32x + 21y + 12z = 3500 \\ 20x + 7y + 12z = 2180 \\ 12x + 21y + 9z = 2460 \end{cases}$.

a) Donner l'écriture matricielle de (S).

b) Résoudre alors, dans $\mathbb{R}^3$, le système (S).

3) Le gérant d'un magasin de vêtements décide d'appliquer une réduction de 20% sur le prix d'une chemise, de 30% sur le prix d'un pantalon et de 40% sur le prix d'un pull.

Avec la carte de fidélité du magasin, le client peut avoir une réduction de 10% supplémentaire sur le prix soldé de chaque article.

Le tableau suivant résume les paiements de trois clients C_1, C_2 et C_3 auprès de ce magasin.

	Nombre de chemises	Nombre de pantalons	Nombre de pulls	Somme payée en dinars
Client C_1	4	3	2	350
Client C_2	5	2	4	436
Client C_3	5	10	5	738

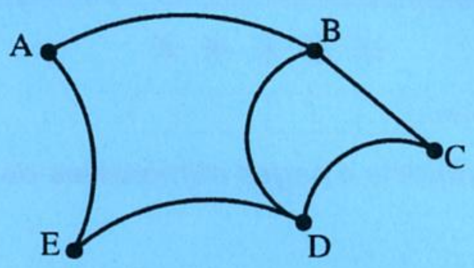
Seulement le client C_3 possède une carte de fidélité, déterminer le prix initial de chaque article.

Exercice 2 : (5 points)

Dans un manège, il y a cinq grands appareils de jeux reliés entre eux par des allées.

On modélise les appareils par les sommets A, B, C, D et E, et les allées par les arêtes du graphe (G) ci-dessous :

(G)



1) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E
Degré					

b) Quelle est la nature du sous graphe de (G) constitué par les sommets B, C et D ?

Donner son ordre.

c) On désire illuminer les cinq appareils par des ampoules colorées de façon que deux d'entre eux reliés par une allée soient éclairés la nuit par deux couleurs différentes.

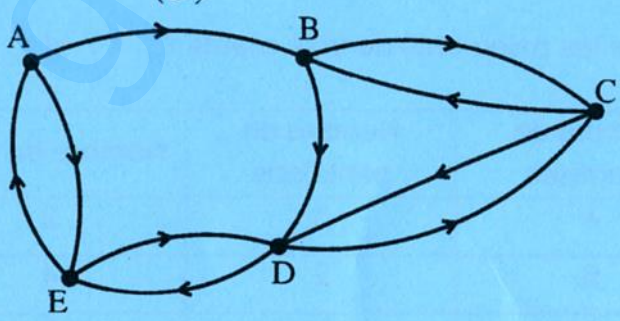
Donner, en justifiant, un encadrement du nombre minimal de couleurs nécessaires.

Quel est ce nombre ?

2) Justifier la possibilité de parcourir toutes les allées du manège sans passer deux fois par la même allée.

3) La fréquentation du manège devient importante, le propriétaire décide d'instaurer un plan de circulation : certaines allées deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Le graphe (G') ci-dessous modélise cette nouvelle situation.

(G')



Donner la matrice M associée au graphe (G'). (On ordonnera les sommets par ordre alphabétique A, B, C, D et E).

4) On donne la matrice :

$$M^5 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 & 6 & 10 \\ 4 & 5 & 7 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 6 & 11 & 5 \\ 1 & 5 & 10 & 6 & 10 \\ 6 & 5 & 5 & 14 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Combien y a-il de chaines de longueur 5 permettant de se rendre du sommet D au sommet B ? Donner un exemple.

b) Déterminer le nombre de chaines fermées de longueur 5. Donner un exemple.

Exercice 3: (4,5 points)

Le tableau ci-dessous résume les dépenses d'une entreprise, en milliers de dinars, de l'année 2012 à l'année 2019.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Dépense y_i en milliers de dinars	6	3,5	2,6	2 ,2	2	1,8	1,7	1,6

I) 1)a) Représenter le nuage de points de la série (X , Y) dans un repère orthogonal.

b) Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement affine ? Justifier.

c) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

2) Calculer, à 10^{-3} près, le coefficient de corrélation linéaire r_1 de la série (X , Y).

II) Dans cette partie, tous les résultats seront donnés à 10^{-3} près. On pose $T = \dfrac{5}{X}$

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
t_i	5	2,5						
y_i	6	3,5	2,6	2 ,2	2	1,8	1,7	1,6

2) a) Calculer le coefficient r_2 de corrélation linéaire de la série (T , Y).

b) Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D de régression de Y en T

c) Donner alors, en utilisant la droite D, une estimation des dépenses de l'entreprise pour l'année 2022.

Exercice 4 : (5,5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - e^{x-2}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Vérifier que la droite Δ d'équation : $y = x$ est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.

c) Etudier la position relative de (C) par rapport à Δ.

2) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x\,(1 - \frac{e^x}{x} e^{-2})$.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donner une interprétation graphique.

3) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ exactement deux solutions α et β.

c) Construire Δ et (C) dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$. (On prendra $\alpha \simeq 0{,}16$ et $\beta \simeq 3{,}15$)

4) Une entreprise produit chaque jour x centaines de composantes électroniques avec $x \in \left]0,4\right]$. Le bénéfice algébrique (gain ou perte) en milliers de dinars est égal à $f(x)$.

a) Quel est le nombre de composantes produites par jour pour que le gain soit maximal ?

Calculer ce gain.

b) Pour quelles quantités de composantes produites par jour, l'entreprise réalise un gain ?