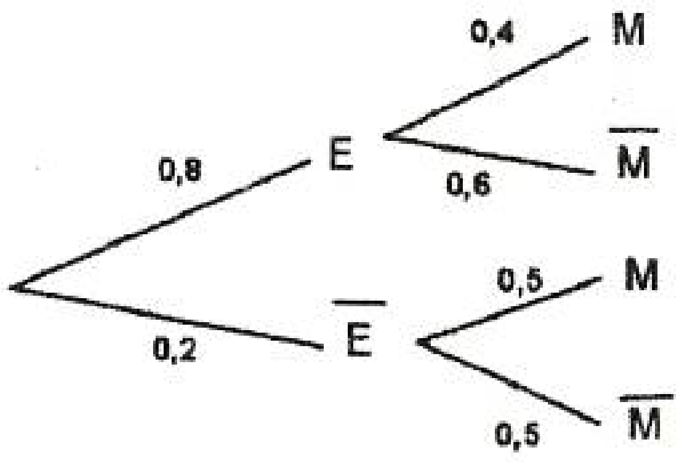
REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◇◇◇◇ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION **2015**	Épreuve : **MATHEMATIQUES**	
	Durée : 3 H	Coefficient : 3
Section : **Sciences techniques**	**Session de contrôle**	

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Exercice 1 (3points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

I) Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondérée ci-contre.



1) La probabilité de l'événement $\overline{M}$ sachant E est :

a) 0,32 b) 0,6 c) 0,48.

2) La probabilité de l'événement $(\overline{M} \cap \overline{E})$ est :

a) 0,5 b) 0,2 c) 0,1.

II) A et B deux évènements indépendants tels que $p(A) = \frac{1}{7}$ et $p(B) = \frac{3}{5}$.

$p(A \cup B)$ est égale à :

a) $\frac{26}{35}$ b) $\frac{23}{35}$ c) $\frac{3}{35}$

III) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{x + e^{1+2\ln(x)}}{x^2}$ est égale à :

a) e b) $+\infty$ c) 0

Exercice 2 (5,5 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points $A(4,0,0)$, $B(0,4,0)$ et $C(0,0,4)$.

1) a- Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b- Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est : $x + y + z - 4 = 0$.

c- Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à $8\sqrt{3}$.

2) Soit le point $G(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3})$.

a- Montrer que le point G est le centre de gravité du triangle ABC.

b- Montrer que $[OG]$ est la hauteur issue de O du tétraèdre OABC.

3) On donne les points I, J et K milieux respectifs des segments $[AC]$, $[AB]$ et $[BC]$

a- Justifier que $\overrightarrow{KI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{KJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ et que $\overrightarrow{KI} \wedge \overrightarrow{KJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b- En déduire l'aire du triangle IJK.

4) On désigne respectivement par V et V' les volumes des tétraèdres OABC et OIJK.

Montrer que $V' = \frac{1}{4}V$.

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = (1-x)e^x$

1) a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

b- Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a- Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = -xe^x$.

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Construire (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3) a- Vérifier que pour tout réel x on a : $(f(x))^2 = e^x.f(x) + f'(x).f(x)$.

b- Montrer que la fonction H définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = \frac{1}{4}(3-2x)e^{2x}$ est une primitive de la fonction $x \mapsto e^x f(x)$.

c- On désigne par V le volume de révolution du solide engendré par la rotation, autour de l'axe des abscisses, de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Montrer que $V = \frac{\pi}{4}(e^2 - 5)$

Exercice 4 (5,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$.

Soient les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1+i\sqrt{3}$, $z_B = \sqrt{3}+i$ et $z_C = -z_B$

1) a- Ecrire sous forme exponentielle les nombres complexes z_A, z_B et z_C.

b- Montrer que les points A, B et C appartiennent au cercle ζ de centre O et de rayon 2.

c- Construire les points A, B et C dans le repère $(0,\vec{u},\vec{v})$.

2) a- Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

b-Calculer l'aire du triangle ABC.

3) Soient M un point du plan d'affixe $z_M = 2e^{i\theta}$ avec $\theta \in \left]\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right[$ et S l'aire du triangle MBC.

a- Vérifier que $M \in \zeta$ et justifier que le triangle MBC est rectangle en M.

b- Montrer que $S = 2\left|e^{2i\theta} - e^{i\frac{\pi}{3}}\right|$.

c- Vérifier que $e^{i(\theta+\frac{\pi}{6})}\left(e^{i(\theta-\frac{\pi}{6})} - e^{-i(\theta-\frac{\pi}{6})}\right) = e^{i2\theta} - e^{i\frac{\pi}{3}}$.

d- En déduire que $S = 4\left|\sin(\theta - \frac{\pi}{6})\right|$.

4) Déterminer la valeur de θ pour laquelle S est maximale.