RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	Session de contrôle
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences Techniques**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

N° d'inscription

*****

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. **La page 4/4 est à rendre avec la copie**

Exercice1: (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1) Une primitive F sur $]1,+\infty[$ de la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ est :

a) $F: x \mapsto \ln(\ln x)$ b) $F: x \mapsto \ln x$ c) $F: x \mapsto \dfrac{1}{\ln x}$

2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-x^2)}{x}$ est égale à

a) -1 b) 0 c) 1

3) La fonction f définie sur IR par : $f(x)=e+\dfrac{1}{3}$ est la dérivée de la fonction :

a) $F: x \mapsto e^x+\dfrac{1}{3}x$ b) $F: x \mapsto e^x+\ln 3$ c) $F: x \mapsto \left(e+\dfrac{1}{3}\right)x$

4) Pour tout réel strictement positif x, le réel $e^{\ln(x^2)}+e^{-\ln x}$ est égal à

a) $x^2+\dfrac{1}{x}$ b) x c) x^2-x

Exercice2 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=ax+b-\dfrac{4e^x}{e^x+3}$ avec a et b deux réels.

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative (C) de la fonction f admet au point **A(ln3,ln3)** une tangente horizontale.

1)a) Vérifier que f est dérivable sur IR et montrer que pour tout réel x on a :

$$f'(x)=a-\frac{12e^x}{(e^x+3)^2}.$$

b) Déterminer les valeurs des réels a et b.

c) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x)=x-2+\dfrac{12}{e^x+3}$.

2)a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(x+2)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-2)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3)a) Montrer pour tout réel x on a : $f'(x)=\left(\frac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$.

b) Montrer que f réalise une bijection de IR sur IR.

dans la suite On notera la fonction réciproque de f par f^{-1}

c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans IR une unique solution α et

que $\alpha\in]-1{,}8\,;-1{,}7[$.

4) Dans **la figure 1** de l'annexe ci-jointe, on a placé dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ le point $A(\ln 3,\ln 3)$

et on a construit les droites D et D' d'équations respectives $y=x+2$ et $y=x-2$. .

a) Construire (C) et la courbe représentative (C') de f^{-1} .

b) Montrer que l'aire A en unités d'aire, de la partie du plan limitée par (C'), l'axe des

abscisses et les droites d'équations : $x=0$ et $x=1$ est : $A=4\ln\left(\frac{3}{2-\alpha}\right)-\frac{\alpha^2}{2}-2\alpha$.

Exercice 3 : (5 points)

I) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation complexe suivante (E) : $z^2-(4e^{i\frac{\pi}{4}}+2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}})z+4\sqrt{2}-2i=0$

1) Vérifier que $(4e^{i\frac{\pi}{4}}+2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}})^2=16\sqrt{2}+8i$

2) Résoudre l'équation (E) et écrire les solutions sous forme cartésienne.

II) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives

$z_A=1-i$, $z_B=1+2\sqrt{2}+i(2\sqrt{2}-1)$, $z_C=2+i(2\sqrt{2}-1)$ et $z_D=1+2\sqrt{2}-2i$.

Dans **la figure 2** de l'annexe ci-jointe on a placé le point A et on a construit le cercle $(\mathcal{C})$ de centre A et de rayon 4

1)a) Montrer que le point B appartient au cercle $(\mathcal{C})$

b) Montrer que $\frac{z_B-z_A}{z_A}$ est imaginaire pur.

c) Construire le point B puis les points C et D

2)a) Montrer que $\frac{z_D-z_C}{z_B}=-i$

b) La droite (CD) coupe la droite $(O,\vec{u})$ en un point I

Montrer que la droite (BI) est perpendiculaire à la droite (OD)

Exercice 4: (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les points $A(0,0,1)$; $B(1,0,-1)$; $C(1,1,1)$.

1) Montrer que les points A,B et C déterminent un plan P .

2) Soit le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ où a,b et c sont des réels tel que $c \neq 0$.

a) Montrer que $\vec{n}$ est un vecteur normal à P si et seulement si $\begin{cases} a = 2c \\ b = -2c \end{cases}$.

b) Montrer qu'une équation de P est : $2x - 2y + z - 1 = 0$.

c) Vérifier que O n'appartient pas à P .

3) Soient I le milieu du segment $[OB]$ et G le centre de gravité du triangle OAC.

a) Déterminer les coordonnées des points I et G .

b) Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IG) est $\begin{cases} x = \frac{1}{2} - \alpha \\ y = 2\alpha \\ z = -\frac{1}{2} + 7\alpha \end{cases}$; $\alpha \in IR$.

c) Montrer que la droite (IG) coupe le plan P en un point D dont on déterminera les coordonnées.

d) Montrer que ABCD est un parallélogramme.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques
Session de contrôle (2021)
Annexe à rendre avec la copie

Figure1

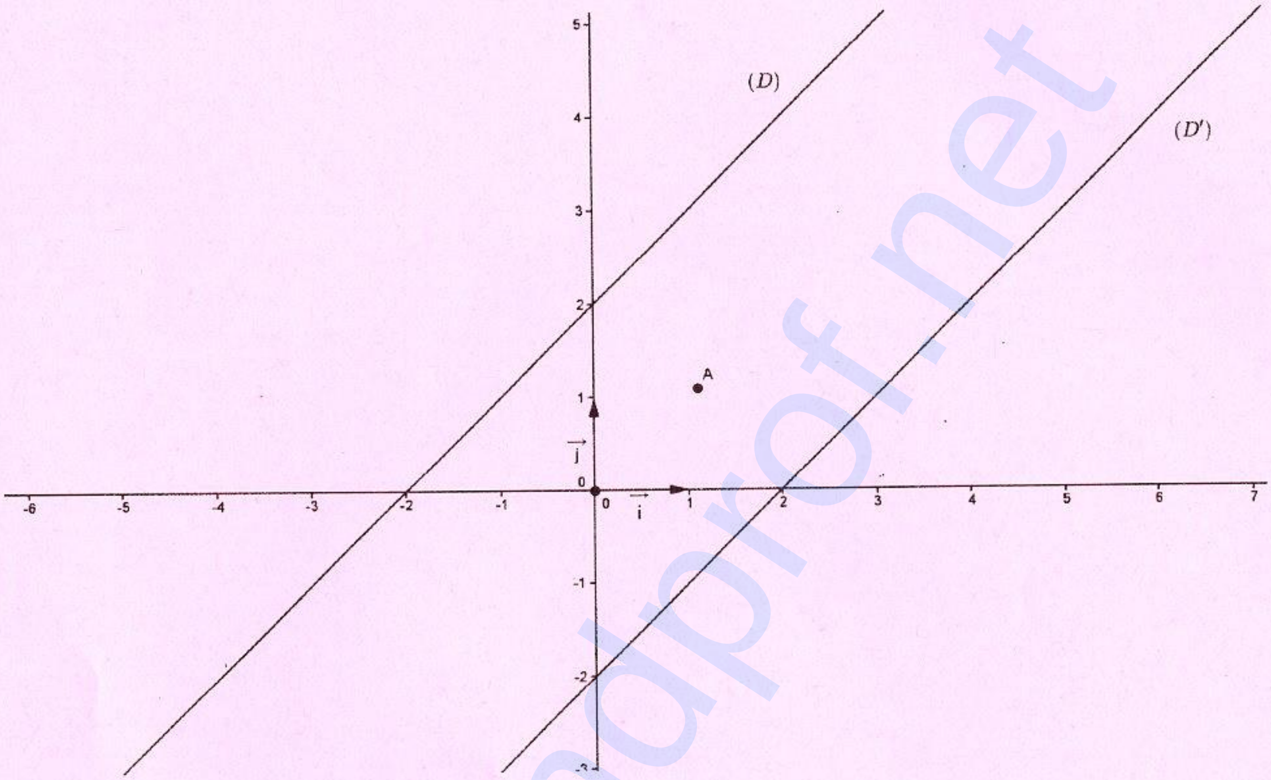

Figure 2