RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	**Session principale**
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences Techniques**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

* * * * *

N° d'inscription

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. **La page 4/4 est à rendre avec la copie**

Exercice1 : (3 points)

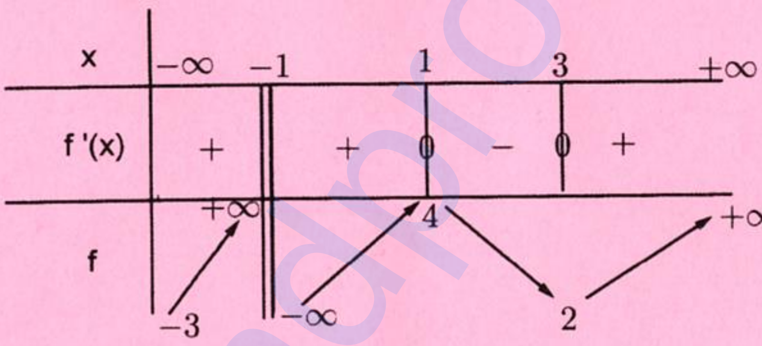
Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction numérique f.

(C) désigne la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.



1) l'ensemble de définition de f est :

a) $IR \setminus \{-1;1\}$ b) IR c) $IR \setminus \{-1\}$

2) l'ensemble des réels m où l'équation f(x)=m admet exactement 4 solutions est :

a) $]2,4[$ b) $]-\infty,2]$ c) $]4,+\infty[$

3) Une équation cartésienne de l'une des asymptotes à (C) est :

a) $y=1$ b) $x=-3$ c) $y=-3$

4) la tangente à (C) au point d'abscisse 2 peut avoir pour équation cartésienne :

a) $y=-x+1$ b) $y=-x+5$ c) $y=3$

Exercice 2 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=(2x+1)e^{-2x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ puis interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

2)a) Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = -4xe^{-2x}$.

b) Dresser le tableau de variations de f.

c) Montrer que le point $I(\frac{1}{2},\frac{2}{e})$ est un point d'inflexion pour (C).

d) Montrer que la tangente (T) à (C) au point I a pour équation : $y = -\frac{1}{e}(2x-3)$.

e) Dans la **figure 1** de l'annexe, construire le point I puis tracer (C).

3)a) Montrer que la restriction g de la fonction f à l'intervalle $[0,+\infty[$, admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Dans la **figure 1** de l'annexe, tracer (C') la courbe représentative de g^{-1}.

4) Soit A l'aire en unité d'aire de la partie plan limitée par (C'), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{2}{e}$ et $x = 1$.

a) Montrer que la fonction F définie sur IR par : $F(x) = -(x+1)e^{-2x}$ est une primitive de f.

b) Montrer que $A = \frac{2e-5}{2e}$.

Exercice 3: (5points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.On considère les points $A(1,0,1)$, $B(0,-2,1)$ et $C(0,0,2)$ et le vecteur $\vec{N}\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$.

1) Vérifier que les points A, B et C déterminent un plan P

2) a) Vérifier que le vecteur $\vec{N}$ est orthogonal à chacun des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan P est : $2x - y + 2z - 4 = 0$.

3) a) Montrer que le point $E(0,0,1)$ n'appartient pas au plan P.

b) Montrer que le point $H\left(\frac{4}{9},\frac{-2}{9},\frac{13}{9}\right)$ est le projeté orthogonal du point E sur P.

c) Montrer que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

4) Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ du plan tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$.

a) Montrer que S est la sphère de centre E et de rayon 1.

b) Montrer que S et P se coupent suivant un cercle (ζ) dont on précisera le centre et le rayon.

c) Montrer que (ζ) passe par les points A et C.

d) Déduire que le plan (EHB) est le plan médiateur du segment $[AC]$.

Exercice 4 : (6 points)

I) 1) Écrire $\left(1-i\sqrt{3}\right)^2$ sous forme cartésienne.

2) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation

$$2z^2-4i\sqrt{3}z-5+i\sqrt{3}=0.$$

II) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$, $z_B=\dfrac{-1+3i\sqrt{3}}{2}$ et $z_C=-1+i\sqrt{3}$.

On désigne par (C_1) le cercle de centre O et de rayon 1 et par (C_2) le cercle de centre O et de rayon 2 **(figure2 de l'annexe)**.

1) Écrire z_A et z_C sous forme exponentielle.

2) a) Montrer que le point A appartient à (C_1) et que le point C appartient à (C_2).

b) Montrer que le quadrilatère OABC est un parallélogramme.

c) Construire les points A, B et C.

3) Montrer que la droite (AC) est tangente à (C_1).

4) On considère le point I d'affixe $z_I=1$.

- Δ_1 la perpendiculaire à la droite (AC) et passant par le point I.
- Δ_2 la parallèle à l'axe des abscisses passant par le point B.

Δ_1 et Δ_2 se coupent en un point H d'affixe z_H .

a) Vérifier que $z_H=x+i\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ où x est un nombre réel.

b) Montrer que $z_H-1=re^{i\frac{\pi}{3}}$ où $r=IH$.

c) En déduire que $z_H=\dfrac{5+3i\sqrt{3}}{2}$

5) Montrer que le triangle BIH est équilatéral.

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ....

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

....

....

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques
Session principale (2021)
Annexe à rendre avec la copie

Figure1

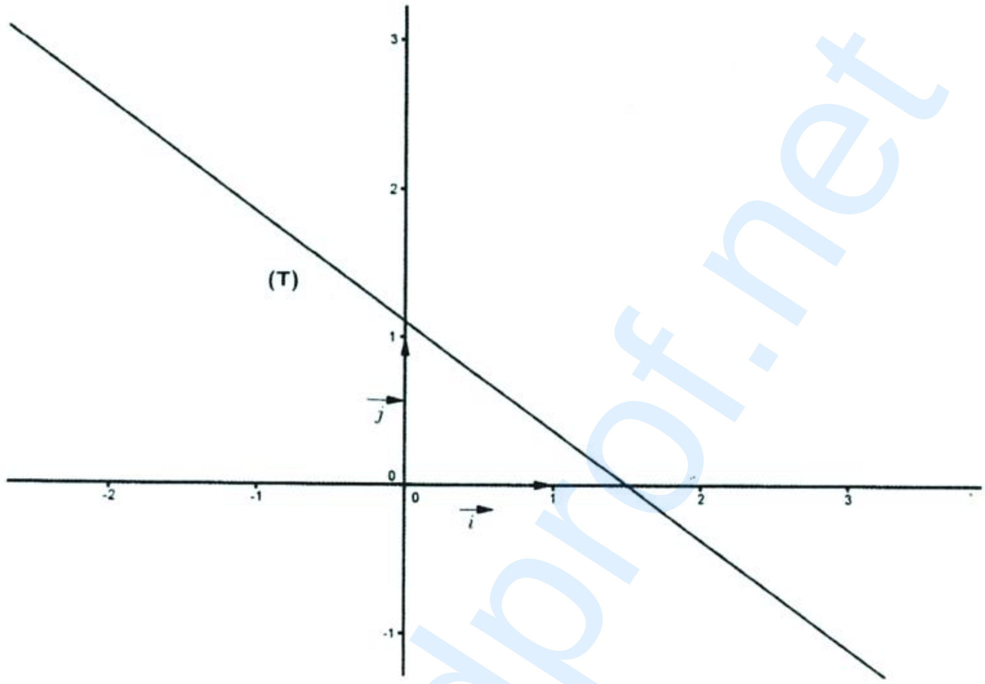


Figure 2