

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◇◇◇ <b>EXAMEN DU BACCALAUREAT</b> SESSION DE JUIN 2014	Epreuve : <b>MATHEMATIQUES</b>
	Durée : 2 H
	Coefficient : 1
<b>Section : Sport</b>	<b>Session principale</b>

**Exercice 1** (6 points)

Soit  $(U_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 4U_n + 3 \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) a) Calculer  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_1 - U_0$ ,  $U_2 - U_1$ ,  $\frac{U_1}{U_0}$  et  $\frac{U_2}{U_1}$ .

b) En déduire que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) On considère la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = 1 + U_n$ .

a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison 4.

b) En déduire l'expression de  $V_n$  en fonction de  $n$ .

c) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$  puis  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{U_n}$ .

**Exercice 2** (7 points)

Dix élèves d'un lycée sportif ont été médaillés lors d'une compétition régionale.

Ils sont répartis suivant le sexe et la spécialité sportive comme suit :

	Judo	Escrime	Athlétisme
Filles	1	3	2
Garçons	2	1	1

Une association pour la promotion des sports individuels se charge de récompenser trois parmi ces dix élèves en leur payant un voyage à l'étranger.

On désigne par A et B les événements suivants :

A : « Les trois élèves récompensés sont de même sexe »

B : « Les trois élèves récompensés ont la même spécialité sportive »

1) a) Justifier que  $P(A) = \frac{1}{5}$ .

b) Calculer  $P(B)$  et  $P(A \cap B)$ .

c) En déduire que la probabilité que les trois élèves récompensés soient de même sexe ou de même spécialité sportive est  $\frac{29}{120}$ .

- 2) Soit  $X$  la variable aléatoire qui à chaque choix de trois élèves récompensés, associe le nombre de filles figurant dans le groupe.
- Quelles sont les valeurs possibles prises par  $X$  ?
  - Justifier que la probabilité que le groupe soit composé uniquement de garçons est égale à  $\frac{1}{30}$ .
  - Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

### Exercice 3 ( 7 points )

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{x} - \text{Log } x$ . On désigne par  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat.
- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .
  - En déduire la nature de la branche infinie de la courbe  $C$  au voisinage de  $+\infty$ .
- Montrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$  ;  $f'(x) = -\frac{1+x}{x^2}$ .
  - Dresser alors le tableau de variation de  $f$ .
- Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $]0, +\infty[$ .
  - Justifier que  $\alpha \in ]1, 2[$ .
- Tracer la courbe  $C$ .
- Vérifier que la fonction  $F$  définie sur  $]0, +\infty[$  par  $F(x) = x + (1-x)\text{Log } x$  est une primitive de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .
  - On désigne par  $\mathcal{A}$  l'aire de la partie du plan limitée par la courbe  $C$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = \alpha$ . Calculer  $\mathcal{A}$ .
  - En remarquant que  $\text{Log}(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ , montrer que  $\mathcal{A} = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ .