REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ※※※※ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION **2015**	Epreuve : **MATHEMATIQUES**
	Durée : 2 H
	Coefficient : 1
Section : **sport**	**Session principale**

Le sujet comporte 3 pages.

Exercice 1 (6 points)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 & \text{pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2.

   b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > 2$.

   b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}(2 - U_n)$.

   c) Montrer alors que la suite (U_n) est décroissante.

   d) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3) Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = U_n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

   b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = \frac{1}{2^{n-1}}$.

   c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$ et en déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice 2 (5 points)

Une urne contient cinq jetons indiscernables au toucher : 3 noirs et 2 blancs.

On tire simultanément et au hasard deux jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   A : « Obtenir deux jetons noirs ».

   B : « Obtenir un seul jeton noir ».

   C : « Obtenir deux jetons blancs ».

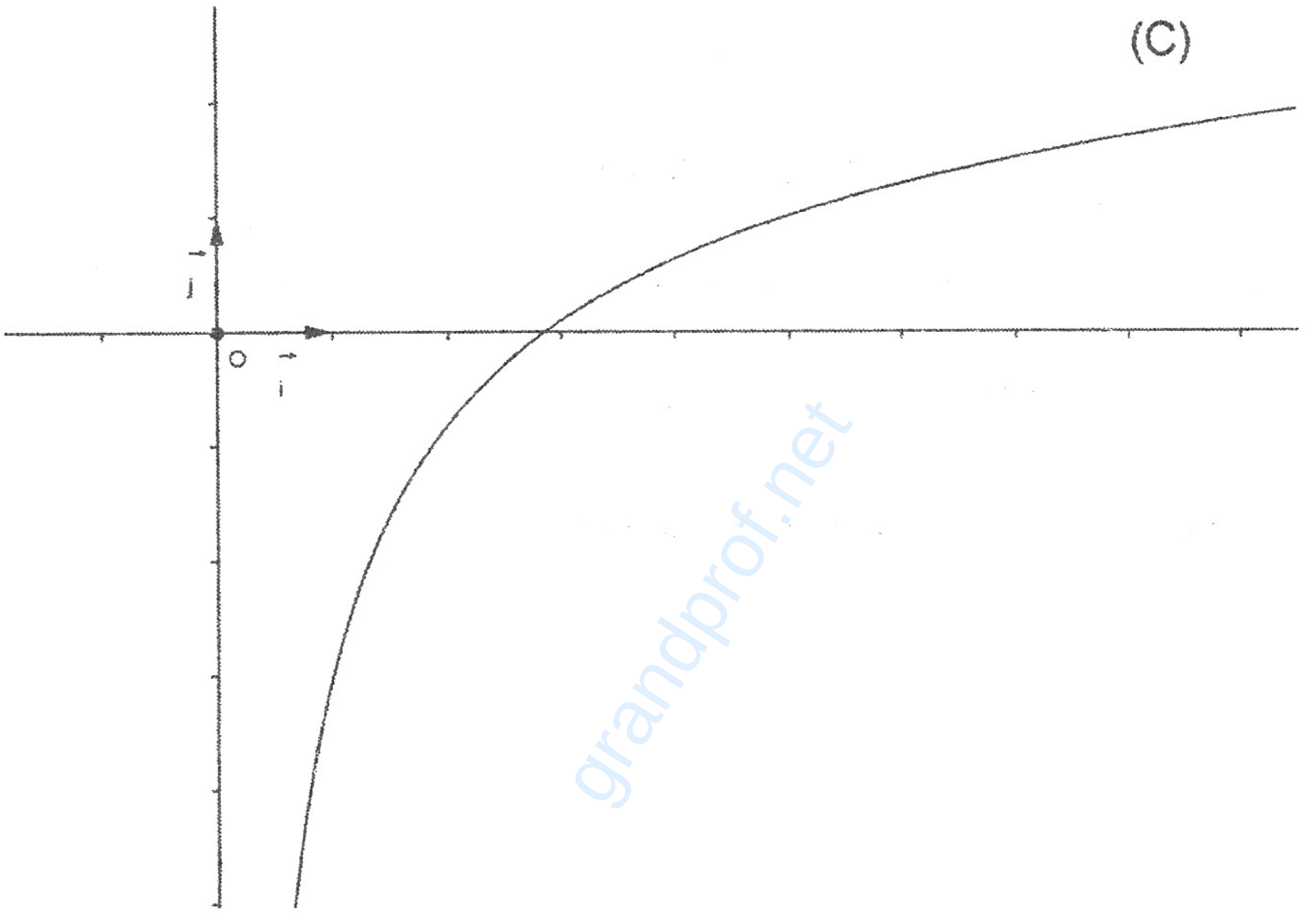
2) Soit X l'aléa numérique qui, à chaque tirage des deux jetons, associe le nombre de jetons noirs tirés.

   a) Donner la loi de probabilité de X.
   b) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 3 (4 points)

Dans le graphique ci-dessous, on a tracé dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (C) de la fonction f définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par $f(x)=\text{Log}(x)-\dfrac{3}{x}$.

- (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction $(O, \vec{i})$.
- L'axe des ordonnées est une asymptote à (C).



1) a) En utilisant le graphique, justifier que l'équation $f(x)=0$ admet dans l'intervalle $]0,+\infty[$ une unique solution α.
   b) Vérifier que $2,8 < \alpha < 2,9$.

2) Montrer que $\text{Log}(\alpha)=\dfrac{3}{\alpha}$.

3) Soit F la fonction définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par $F(x)=(x-3)\text{Log}(x)-x$.
   a) Calculer F(3).
   b) Montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

4) Soit $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\alpha$ et $x=3$.

   Montrer que $\mathscr{A}=\dfrac{(\alpha-3)^2}{\alpha}$.

Exercice 4 (5points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=e^{x-2}$.

On désigne par (ζ) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.

c) En déduire la nature de la branche infinie de la courbe (ζ) au voisinage de $+\infty$

2) a) Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) Soit (T) la tangente à la courbe (ζ) au point d'abscisse 2.

Montrer qu'une équation de (T) est : $y=x-1$.

4) Tracer (T) et (ζ) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.