

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE  
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION

○○●○○

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SESSION 2017

Épreuve : **Mathématiques**

Section : **Sport**

Durée : 2h

Coefficient : 1

**Session de contrôle**

*Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.*

*La page 4/4 est à remettre avec la copie.*

### Exercice n° 1 (6 points)

Une urne contient dix jetons indiscernables au toucher :

- Quatre portent le nombre 1
- Trois portent la lettre a
- Trois portent la lettre b

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard trois jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

**A** « Chacun des trois jetons tirés porte le nombre 1 »

**B** « Obtenir un seul jeton qui porte la lettre a »

**C** « Obtenir au moins un jeton qui porte une lettre »

2) Soit  $X$  l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le nombre de jetons portant la lettre a.

a) Justifier que les valeurs prises par  $X$  sont 0 ; 1 ; 2 et 3.

b) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .

c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de  $X$ .

### Exercice n° 2 (7 points)

Soit la suite  $(U_n)$  définie par 
$$\begin{cases} U_0 = \ln(2) \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + \frac{\ln(2)}{4} \end{cases} \text{ pour } n \in \mathbb{N}.$$

1) a) Vérifier que  $U_1 = \frac{3}{4}\ln(2)$  et que  $U_2 = \frac{5}{8}\ln(2)$ .

b) Montrer que la suite  $(U_n)$  n'est ni géométrique ni arithmétique.

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n - \frac{1}{2}\ln(2)$

a) Vérifier que  $V_0 = \frac{1}{2}\ln(2)$ .

b) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$  et exprimer

$V_n$  en fonction de  $n$ .

c) Montrer que  $(V_n)$  est décroissante.

3) a) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n = \frac{1}{2}\ln(2) + \frac{\ln(2)}{2^{n+1}}$ .

b) Calculer alors la limite de la suite  $(U_n)$ .

### Exercice n° 3 (7 points)

Soit la  $f$  fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{2-x}$  et  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a) Calculer  $f(1)$  et  $f(2)$ .

b) Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .

c) Dresser le tableau de variations de  $f$ .

2) a) Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur un intervalle  $I$  qu'on précisera.

b) Montrer que l'équation  $f(x) = 2 + \ln 2$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$  et que  $\alpha \neq 1$ .

3) On a représenté dans l'annexe ci-jointe la courbe  $C$ .

a) Construire dans le même repère la courbe  $C'$  de la fonction réciproque de  $f$ .

b) Placer, dans le repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ , le point  $E(\alpha; 0)$ .

c) Hachurer la partie **P** du plan limitée par la courbe **C**, l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=\alpha$  et  $x=2$ .

4) a) Montrer que la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = -f(x)$  est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

b) Montrer que l'aire  $A$  de la partie **P** est égale à  $f(\alpha) - f(2)$  u.a .

c) Déduire que  $A = 1 + \ln 2$ .

grandprof.net

Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....  
Nom et Prénom : .....  
Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants  
.....  
.....

**Épreuve : Mathématiques Section : Sport**  
**Annexe à rendre avec la copie**

