

*Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.*

*La page 4/4 est à remettre avec la copie.*

## **Exercice n° 1 (6 points)**

Cinq clubs de football, deux tunisiens, deux algériens et un marocain participent à un tournoi.

Les organisateurs de ce tournoi ont opté pour un tirage au hasard et simultané afin de désigner les deux clubs qui s'opposent dans le match d'ouverture.

- 1) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
  - A : « Les deux clubs tunisiens s'opposent dans le match d'ouverture »
  - B : « Un club algérien et le club marocain s'opposent dans le match d'ouverture »
  - C : « Le match d'ouverture oppose deux clubs de pays différents »

- 2) Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de clubs tunisiens qui participent au match d'ouverture.
  - a) Justifier que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 et 2.
  - b) Déterminer la loi de probabilité de X.
  - c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

## **Exercice n° 2 (7 points)**

On donne la suite  $(U_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} U_0 = 11 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 5 \end{cases}$$
 pour tout  $n \in \mathbb{N}$

- 1) a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .

- b) Justifier que la suite  $(U_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n - 10$

a) Calculer  $V_0$ .

b) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

c) Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$  et en déduire que  $U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 10$ .

d) Calculer alors la limite de  $(U_n)$ .

3) Trouver le plus petit entier naturel  $n$  tel que, on a :  $U_n \leq 10,001$ .

### Exercice n° 3 (7 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$  par  $f(x) = \ln(2x+3)$  et  $(C)$  sa

courbe représentative dans un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

b) Déterminer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $\left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$ .

c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

d) Montrer que la droite  $T$  d'équation  $y = 2x + 2$  est la tangente à la courbe  $(C)$  au point d'abscisse  $-1$ .

2) On a construit dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative  $(\Gamma)$  de la fonction  $\ln$  (logarithme népérien).

a) Placer les points de la courbe  $(\Gamma)$  d'ordonnées respectives  $\ln 2$ ,  $\ln 3$  et  $\ln 4$ .

b) Copier et compléter le tableau suivant :

$x$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
$f(x)$			

c) Construire, dans le repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ , les points de la courbe (C)

d'abscisses respectives  $-\frac{1}{2}$ , 0 et  $\frac{1}{2}$ .

d) Tracer, dans le repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ , la tangente T et la courbe (C).

3) Soit F la fonction définie sur  $\left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$  par  $F(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)\ln(2x + 3) - x$

a) Justifier que F est une primitive de f sur  $\left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$ .

b) Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -1$

et  $x = \frac{1}{2}$ .

Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et Prénom : .....

Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants

~~X~~**Épreuve : Mathématiques Section : Sport****Annexe à rendre avec la copie**