

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◇◇◇ <b>EXAMEN DU BACCALAUREAT</b> SESSION DE JUIN 2014	Epreuve : <b>MATHEMATIQUES</b>
	Durée : 3 H
	Coefficient : 3
<b>Section : Sciences de l'informatique</b>	<b>Session principale</b>

**Exercice 1 (4 points)**

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

- 1) Si  $(x, y)$  est une solution dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  de l'équation  $5x - 6y = 6$  alors  $x$  est un multiple de 6.
- 2) L'équation  $3x + 6y = 8$  admet des solutions dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .
- 3) Le reste de la division euclidienne de  $3^{2014}$  par 5 est égal à 4.
- 4) Si  $n \equiv 1[2]$  et  $n \equiv 1[3]$  alors  $n \equiv 1[6]$ .

**Exercice 2 (6 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = (1 - \ln x)^2$ .

On désigne par  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .  
 b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 2) a) Montrer que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f'(x) = -\frac{2}{x}(1 - \ln x)$ .  
 b) Dresser le tableau de variations de  $f$ .  
 c) Tracer la courbe  $(C)$ .
- 3) On désigne par  $\mathcal{A}$  l'aire de la partie du plan limitée par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e$ .  
 a) Montrer que la fonction  $F : x \mapsto x(5 + \ln^2 x - 4 \ln x)$  est une primitive de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .  
 b) Calculer alors  $\mathcal{A}$ .
- 4) Soit  $g$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $]0, e]$ .  
 a) Montrer que  $g$  est une bijection de  $]0, e]$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera.  
 b) Tracer, dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe  $(C')$  de la fonction  $g^{-1}$  réciproque de  $g$ .  
 c) Montrer que pour tout  $x \in J$ ,  $g^{-1}(x) = e^{1-\sqrt{x}}$ .
- 5) On se propose de calculer l'intégrale  $I = \int_0^1 \frac{1}{e^{\sqrt{x}}} dx$ .  
 a) Exploiter le graphique pour établir que  $\mathcal{A} = \left( \int_0^1 e^{1-\sqrt{x}} dx \right) - 1$ .  
 b) Montrer alors que  $\mathcal{A} = eI - 1$  et donner la valeur de  $I$ .

**Exercice 3 (5 points)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

- 1) a) Vérifier que  $(1-5i)^2 = -24 - 10i$ .  
b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $z^2 + (3-i)z + 8+i = 0$ .
- 2) Soient A, B et C les points d'affixes respectives  $z_A = -2 + 3i$ ,  $z_B = -1 - 2i$  et  $z_C = 4 - i$ .  
a) Placer dans le plan les points A, B et C.  
b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.  
c) Déterminer l'affixe du point D pour lequel ABCD est un carré.
- 3) Soit  $(\Gamma)$  l'ensemble des points M d'affixe z tels que  $|z - 1 - i| = \sqrt{13}$ .  
a) Déterminer l'ensemble  $(\Gamma)$ .  
b) Que représente l'ensemble  $(\Gamma)$  pour le carré ABCD ? Construire  $(\Gamma)$ .

**Exercice 4 (5 points)**

Le tableau suivant donne (en milliards) le nombre d'abonnements au téléphone mobile, dans le monde.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang $(x_i)$	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif $(y_i)$	2,75	3,37	4,03	4,65	5,32	5,96	6,41	6,84

Source : International Telecommunication Union

- 1) a) Représenter dans un repère orthonormé, le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$ .  
On prendra pour unité graphique 1,5 cm.  
b) Expliquer comment un ajustement affine est justifié.
- 2) a) Donner le coefficient de corrélation linéaire de  $(x ; y)$ . Interpréter ce résultat.  
b) Ecrire l'équation de la droite de régression de y en x (les coefficients seront arrondis au centième).
- 3) On suppose que cette tendance se maintient.  
a) Estimer le nombre d'abonnements en 2014.  
b) En quelle année le nombre d'abonnements atteindra 10 milliards pour la première fois ?