الإجابة النموذجية لموضوع امتحان: البكـــــالوريا　　　　　دورة: جوان 2013

اختبار مادة: الرياضيات　　الشعبة: تقني رياضي　　　　　المدة: 04 سا و 30 د

الإجابة النموذجية

عناصر الإجابة الموضوع الأول	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
<u>التمرين الأول</u>: (04 نقاط) 1- لدينا: $\overrightarrow{AB}(2;-1;3)$ و $\overrightarrow{AC}(-1;5;3)$ الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن النقط A ، B و C تعين مستويا (P) .	0.5	04
2- لدينا $\vec{n}\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}$ عمودي على الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ - معادلة (P) هي : $2x+y-z-5=0$.	0.5 + 0.5	
3- أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-5+t\ ;(t\in\mathbb{R})\\ z=-2-t\end{cases}$.	0.5	
ب- إحداثيات النقطة E هي $(3;-4;-3)$.	0.5	
4-أ- لدينا: $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$ ومنه $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}$ وبما أنّ H مسقط عمودي لـــ D على (AB) فإنّ: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB}$ ومنه : $\lambda=\frac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\left\Vert\overrightarrow{AB}\right\Vert^2}$	0.75	
ب- استنتاج العدد الحقيقي λ : لدينا: $\overrightarrow{AD}(-2;-3;-1)$ ومنه : $\lambda=\frac{-4}{14}=-\frac{2}{7}$	0.25	
إحداثيات H هي: $\left(\frac{17}{7};-\frac{12}{7};-\frac{13}{7}\right)$ و $d(D;(AB))=DH=\frac{3\sqrt{70}}{7}$	0.25 + 0.25	
<u>التمرين الثاني</u>: (05 نقاط) 1- حل المعادلة: لدينا $\Delta=-100=(10i)^2$ ومنه $S=\left\{-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i\ ;-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i\right\}$	0.75	05
2- أ- طويلة $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ وعمدة له : لدينا : $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ ومنه: $\left\vert\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right\vert=1$ ويعني: $\frac{AB}{AC}=1$ و $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right)=\frac{\pi}{2}$ ويعني: $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)=\frac{\pi}{2}$.	0.5 + 0.5 + 0.5	
ب- طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .	0.5	

العلامة مجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة الموضوع الأول
	0.5 + 0.5	3- أ- تعيين z_D و z_E : A منتصف القطعتين $[BD]$ و $[CE]$ ومنه: $z_D = 2z_A - z_B = -\frac{13}{2} - \frac{5}{2}i$ و $z_E = 2z_A - z_C = -\frac{13}{2} + \frac{5}{2}i$.
	0.5	ب- تعيين مجموعة النقط (Γ_1) : لدينا : $\left\lVert \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} \right\rVert = 4MA$ ومنه $MA = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، إذن (Γ_1) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
	0.25 + 0.5	4- التحقق أنّ B تنتمي إلى (Γ_2) : $B \in (\Gamma_2)$ يعني $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ لدينا: $z_B + 4 = \frac{5}{2}(1+i)$ ومنه : $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن : $B \in (\Gamma_2)$. - تعيين (Γ_2) :لدينا $\arg(z + 4) = \frac{\pi}{4}$ أي $\arg(z - z_A) = \frac{\pi}{4}$ وتعني $(\vec{u}; \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن (Γ_2) هي نصف المستقيم $[AM)$ الذي يشمل النقطة B بإستثناء النقطة A .
04	+ 0.5 +0.25 0.25	**<u>التمرين الثالث</u>: (04 نقاط)** /1 $v_n = \frac{1}{2} v_{n-1}$ ، (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و $v_0 = \frac{3}{2}$
	+0.5 0.5	/2 $v_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ، $u_n = e^{3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$
	+ 0.5 0.5	/3 $S_n = 3\left(1 - 2^{-n-1}\right)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 3$.
	+ 0.5 0.5	/4 أ) $p_n = e^{6\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) - (n+1)}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = 0$.

عناصر الإجابة الموضوع الأول	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (07 نقاط) I- 1- اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$. $g'(x)=\dfrac{2(x+1)^2+1}{x+1}$ ومنه $g'(x)>0$ من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ إذن g متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$.	0.5 + 0.5	07
2- بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة: نجد $g(\alpha)=0$ و $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$. $g(0,31)\times g(0,32)<0$	0.75 + 0.25	
3- إشارة $g(x)$: $g(x)\leq 0$ لمّا $x\in]-1;\alpha]$ و $g(x)\geq 0$ لمّا $x\in[\alpha;+\infty[$.	0.25	
II- 1- نهايتا الدالة f : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.5	
2- التحقق أنّ: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$	0.5	
3- إتجاه تغيّر الدّالة f : إشارة $f'(x)$ كإشارة $g(x)$ ومنه الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]-1;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$.	0.5	
- جدول تغيّرات الدالة f .	0.5	
4- تبيان أن: $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$.	0.25	
- استنتاج حصر لعدد $f(\alpha)$: $4,66<f(\alpha)<4,77$.	0.25	
5- تمثيل المنحنى (C_f) على المجال $]-1,2]$.	0.5	
III- 1- إثبات أنّ المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$: لدينا: $AM=\sqrt{(x+1)^2+(\ln(x+1)-2)^2}=\sqrt{f(x)}$.	0. 5	
2- أ- تبيان أنّ للدالتين k و f نفس نفس إتجاه التغيّر على المجال $]-1;+\infty[$.	0.5	
ب- تعيين إحداثيتي النقطة B من (Γ) بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن. $B\left(\alpha;2-(\alpha+1)^2\right)$ أو $B(\alpha;\ln(\alpha+1))$	0.5	
جـ- تبيان أنّ: $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$	0.25	

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة الموضوع الثاني:</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td rowspan="7">04.5</td><td>0.75</td><td>التمرين الأول: (04.5 نقطة)
1-أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو: $\begin{cases} x=2+k \\ y=-5+k\,;(k\in\mathbb{R}) \\ z=4+2k \end{cases}$.</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>ب- الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) : ليسا من نفس المستوي .</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>2- $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) لأنّ $\vec{n}\perp\overrightarrow{u_{(\Delta)}}$ و $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>- معادلة المستوي (P)هي: $3x+y-2z+7=0$</td></tr>
<tr><td>+0.5
0.5</td><td>3-أ- إحداثيات M و N : $M\left(\frac{37}{7};\frac{-16}{7};\frac{58}{7}\right)$ ، $N\left(\frac{31}{7};\frac{-18}{7};\frac{62}{7}\right)$.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>- الطول MN : $MN=\frac{2\sqrt{14}}{7}$.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب- حساب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) و (P): $d(M;(P))=\frac{2\sqrt{14}}{7}$</td></tr>
<tr><td rowspan="7">04.5</td><td>01</td><td>التمرين الثاني: (04.5 نقطة)
1- مجموعة الحلول هي S حيث: $S=\left\{-5+i\sqrt{3}\ ;\ -1-i\sqrt{3}\,;-1+i\sqrt{3}\right\}$.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>2- الصيغة المركبة للتشابه المباشر S هي: $z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)z-1+i\sqrt{3}$</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>العناصر المميزة: النسبة: $k=2$ ،الزاوية: $\theta=-\frac{\pi}{3}$ ، لاحقة المركز: $z_\omega=1+i\frac{\sqrt{3}}{3}$.</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>3-أ- تعيين z_D : $z_D=\frac{1}{2}(2z_A-z_B+z_C)=-3-i\sqrt{3}$</td></tr>
<tr><td>0.25+
0.5</td><td>ب- الشكل الأسي للعدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}$: $\frac{z_B-z_A}{z_D-z_A}=-i\sqrt{3}=\sqrt{3}\,e^{-i\frac{\pi}{2}}$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>- طبيعة المثلث ABD : المثلث ABD قائم في A .</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>جـ- تعيين (Γ): $DM=\frac{AB}{2}=\sqrt{3}$ ،أي (Γ)هي دائرة مركزها D ونصف قطرها $\sqrt{3}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">03.5</td><td>0.5</td><td>التمرين الثالث: (03.5 نقطة)
1. أ) $\begin{cases} 11x_0+7y_0=1 \\ x_0+y_0=-1 \end{cases}$ومنه $(x_0;y_0)=(2;-3)$ ....</td></tr>
<tr><td>0.5×2</td><td>ب) حلول المعادلة (E) هي: $k\in\mathbb{Z}$, $\begin{cases} x=7k+2 \\ y=-11k-3 \end{cases}$ ....</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة الموضوع الثاني	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2. أ) $\begin{cases} S=11a+1 \\ S=7b+2 \end{cases}$ ومنه $11a+7(-b)=1$ .... إذن $(a;-b)$ حل للمعادلة (E)	0.75	
ب) $S=77k+23$ حيث: $k\in\mathbb{N}$ ومنه باقي قسمة S على 77 هو 23	0.5	
3) n تحقق: $\begin{cases} n=11a+1 \\ n=7b+2 \end{cases}$	0.25	
$n<2013$ ومنه أكبر قيمة هي: $n=1948$	0.5	
التمرين الرابع: (07.5 نقاط) I-1) تغيرات g. $g'(x)=xe^{x}$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 0 & & +\infty \\ \hline g(x) & 0 & \searrow & -1 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0.5	07.5
2) $g(x)>-1$ ومنه $1+g(x)\geq 0$	0.5	
II-1- أ. f مستمرة على $]0;+\infty[$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=f(0)$ ب. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0. 5 + 0.25	
2- أ- التحقق أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{e^{x}(x-1)+1}{x^{2}}$	0.5	
ب- اتجاه تغير الدالة f : f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	0.25	
- جدول تغيرات الدالة f .	0.25	
III- 1- اتجاه تغير الدالة f_n : لدينا من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f_n'(x)=f'(x)+\dfrac{n}{x}$ ومنه $f_n'(x)>0$ وبالتالي الدالة f_n متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.	0.5 + 0.25	
2- نهايتا الدالة f_n : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f_n(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)=+\infty$.	0.25 + 0.25	

عناصر الإجابة الموضوع الثاني	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3- الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) : $f_{n+1}(x)-f_n(x)=\ln x$ لما $0<x<1$ فإنّ (C_{n+1}) يقع تحت (C_n) ،ولما $x>1$ فإنّ (C_{n+1}) يقع فوق (C_n) و (C_{n+1}) يقطع (C_n) عند النقطة $B(1\,;\,e-1)$.	0.5	
4- من السؤال (3) نجد أن جميع المنحنيات تمر من النقطة $B(1;e-1)$. (وتقبل أيّة طريقة صحيحة)	0.25	
5- أ) تبيان أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3;0,4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$ $f_1(0,3)\times f_1(0,4)<0$	0.5	
ب- تبيان أنّ $f_n(\alpha_1)<0$ من أجل كل $n>1$: من السؤال(3):من أجل $x\in]0;1[$ ، $f_{n+1}(x)<f_n(x)$ ،إذن من أجل كل $n>1$ ، $f_n(x)<f_1(x)$ بما أنّ $\alpha_1\in]0,3;0,4[$ فإنّ $\alpha_1<1$ أي: $f_n(\alpha_1)<f_1(\alpha_1)$ ومنه : $f_n(\alpha_1)<0$. - البرهنة على أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n)=0$.	0.5 + 0.5	
6- أ- تبيان أنّه من أجل كل x من $]0;1[$ ، $\frac{e^x-1}{x}\le e-1$. بما أنّ الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ فإنّ $f(x)\le f(1)$ ومنه $\frac{e^x-1}{x}\le e-1$.	0. 5	
ب- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\ge1$: $\ln(\alpha_n)\ge\frac{1-e}{n}$. $f_n(\alpha_n)=0$ أي : $\frac{e^{\alpha_n}-1}{\alpha_n}+n\ln(\alpha_n)=0$ ومنه $n\ln(\alpha_n)=-\left(\frac{e^{\alpha_n}-1}{\alpha_n}\right)\ge-(e-1)$ إذن: $\ln(\alpha_n)\ge\frac{e-1}{n}$. - استنتاج أنّ $\alpha_n\ge e^{\frac{1-e}{n}}$: لدينا $\ln(\alpha_n)\ge\frac{e-1}{n}$ بتركيب الدالة الأسية نجد $\alpha_n\ge e^{\frac{1-e}{n}}$	0.25 + 0.25	
جـ- حساب نهاية المتتالية (α_n) . لدينا: $e^{\frac{1-e}{n}}\le\alpha_n\le1$ و $\lim_{n\to+\infty}e^{\frac{1-e}{n}}=1$ ومنه $\lim_{n\to+\infty}\alpha_n=1$.	0.25	