

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2010

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب(ة): آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: ساعتان ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأولالتمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1. أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.
- ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.
- ج- تحقّق أنّ $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.
2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$.
ثم استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(I) (u_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N} بالحدين: $u_{10} = 31$ و $u_{15} = 46$

- 1- عيّن أساسها و حدّها الأول u_0 .
 - 2- أكتب u_n بدلالة n .
 - 3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية (u_n) .
 - 4- أحسب المجموع $S : S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$
- (II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 2 \times 8^n$.
- 1- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول v_0 .
 - 2- أحسب بدلالة n المجموع $S' : S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

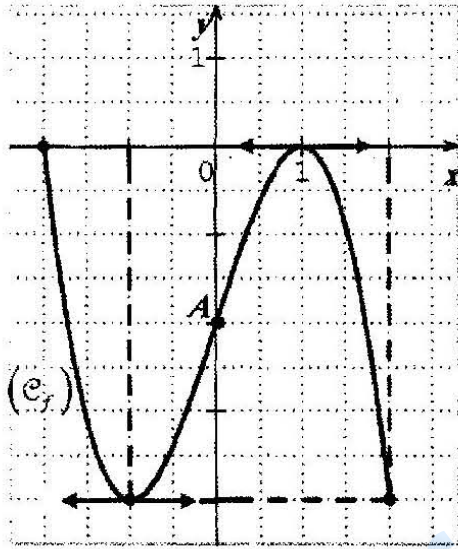
1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
3. بيّن أن النقطة $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .
4. أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة I .
5. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$
- ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
6. أرسم (Δ) و (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.
1. باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو: (أ) -3 (ب) 2 (ج) 3
 2. x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5 ، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو: (أ) 0 (ب) 1 (ج) 2
 3. g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$ و C_g تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم.

- (1) الدالة g : (أ) متزايدة تماماً على \mathbb{R} (ب) متناقصة تماماً على \mathbb{R} (ج) ليست رتيبة على \mathbb{R}
- (2) C_g يقبل نقطة انعطاف إحداثياتها: (أ) $(-1; 0)$ (ب) $(0; 4)$ (ج) $(0; 0)$



التمرين الثاني: (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على المجال $[-2; 2]$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

انظر الشكل وأجب عن الأسئلة التالية:

1. أ - عيّن $f'(1)$ و $f'(-1)$ (هي الدالة المشتقة للدالة f)
ب - عيّن صورتَي العددَيْن (-2) و (-1) بواسطة الدالة f .
ج - شكّل جدول تغيّرات الدالة f على المجال $[-2; 2]$.

2. باستعمال اتجاه تغيّرات الدالة f ، قارن العددَيْن $f\left(\frac{3}{2}\right)$ و $f(\sqrt{3})$.

3. A هي النقطة من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها $(0; -2)$ ، وبفرض أن $f'(0)=3$ ؛ اشرح كيف يمكن رسم مماس المنحنى (C_f) في النقطة A ثم ارسمه بعد نقل الشكل.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} ، أساسها q وحدّها الأول u_0

حيث: $u_1 = 6$ و $u_4 = 48$.

1. أ - أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية (u_n) .

ب - استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية (u_n) هي: $u_n = 3 \times 2^n$.

2. أ - علماً أنّ $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) .

ب - أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة بـ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = 2v_n - 1$

أ - احسب: v_1, v_2, v_3 .

ب - برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3 \times 2^n + 1$

ج - أحسب المجموع S' حيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

وزارة التربية الوطنية

دورة: جوان 2010

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعب(ة): آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: ساعتان ونصف

(خاص بالكفوفين)

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأولالتمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.

1- أ- عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.

ج- تحقق أنّ $a^3 \equiv 1[7]$ (a^3 يوافق 1 بترديد 7) و $b^3 \equiv 6[7]$ (b^3 يوافق 6 بترديد 7)

واستنتج أنّ $a^3 + b^3$ مضاعف لـ 7.

2) أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$ ($n + 2010^3$ يوافق 1431 بترديد 7).

ثمّ استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(I) (u_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N} بالحددين: $u_{10} = 31$ و $u_{15} = 46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول u_0 .

2- أكتب u_n بدلالة n .

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية (u_n) .

4- أحسب المجموع $S : S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$

(II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 2 \times 8^n$.

1- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

2- أحسب بدلالة n المجموع $S' : S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

- f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$.
- ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم حدّد القيم الحديّة لها.
 3. بيّن أن النقطة $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .
 4. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة I .
 5. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$.
 - ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
 6. أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f(x)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

- في كل من الأسئلة الآتية، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة، مع التعليل.
- (1) باقي القسمة الإقليدية للعدد (-203) على 5 هو: (أ) -3 (ب) 2 (ج) 3
- (2) x عدد صحيح. إذا كان باقي القسمة الإقليدية للعدد x على 7 هو 5، فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد $2x+5$ على 7 هو: (أ) 0 (ب) 1 (ج) 2
- (3) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x)=x^3+3x+4$ و C_g تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم.

- (1) الدالة g : (أ) متزايدة تماماً على \mathbb{R} (ب) متناقصة تماماً على \mathbb{R} (ج) ليست رتيبة على \mathbb{R}
- (2) C_g يقبل نقطة انعطاف إحداثياتها: (أ) (-1 ; 0) (ب) (0 ; 4) (ج) (0 ; 0)

التمرين الثاني: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $[-2; 2]$ كما يلي: $f(x) = -x^3 + 3x - 2$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

- (1) عيّن صورتَي العددين (-2) و (-1) بواسطة الدالة f .
- (2) أ- احسب $f'(x)$ حيث f' مشتقة f ثم استنتج: $f'(1)$ و $f'(-1)$
ب- حدّد اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[-2; 2]$.
ج- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة f ، قارن العددين $f\left(\frac{3}{2}\right)$ و $f(\sqrt{3})$.
- (3) تحقق أن $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$ ثم حل في المجال $[-2; 2]$ المتراجحة $f(x) < 0$.
- (4) عيّن معامل توجيه المماس للمنحنى (C_f) في النقطة $A(0; -2)$.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} ، أساسها q وحدّها الأول u_0 حيث:

$$u_1 = 6 \quad \text{و} \quad u_4 = 48$$

- (1) أ- أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية (u_n) .
ب- استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية (u_n) هي: $u_n = 3 \times 2^n$.

2) أ - علماً أنّ $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) .

ب - أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة بـ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = 2v_n - 1$

أ - احسب: v_1 ، v_2 ، v_3 .

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3 \times 2^n + 1$

ج - أحسب المجموع S' حيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$.

الإجابة النموذجية وسلم التقييم لموضوع مقترح لدورة جوان 2010
اختبار مادة: ... الرياضيات ... الشعبة : ... آ وفلسفة + ل.أ المدة: ... 02 سا و 30 د ...

الإجابة النموذجية وسلم التقييم

العلامة		عناصر الإجابة	محاور
المجموع	مجزأة	الموضوع الأول	الموضوع
06	0,75	القسمة الإقليدية والموافقات
	0,75	
	1	
	3×0,5	
	1	
	1	
05	0,5+1	المتتاليات
	0,5	
	0,5	
	0,75	
	0,5	
	0,5	
	0,75	
09	2×0,5	الدوال العقدية
	1+1	
	2×0,25	
	0,5	
	1	
	1	

التمرين الأول: (06 نقاط)

1. أ - باقي قسمة a على 7 هو 1

باقي قسمة b على 7 هو 3

ب - باقي قسمة $(a+2b)$ على 7 هو 0

→ - $a^3 \equiv 1[7]$ ، $b^3 \equiv 6[7]$ ، ومنه: $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$

2. $n = 7k + 2$ مع $k \in \mathbb{N}$

نجد $n \leq 16$ $n \in \{2, 9, 16\}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I. $u_0 = 1$ ، $r = 3$ -1

$u_n = 1 + 3n$ -2

$u_{2009} = 6028$ -3

$S = 1005 \times 6029 = 6059145$ -4

II. $v_{n+1} = 8v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية

الأساس 8 ، الحد الأول $v_0 = 2$

-2 $S' = \frac{2}{7}(8^{n+1} - 1)$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$



2. $f'(x) = 6(x^2 - 3x + 2)$

f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 1]$ و $[2; +\infty[$

f متناقصة تماما على $[1; 2]$

جدول التغيرات

سلم خاص بالمكفوفين:

القيم الحدية: $f(1) = 0$ و $f(2) = -1$ ، 0,5

3. $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف

4. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$

الإجابة النموذجية وسلم التقيط لموضوع مقترح لدورة جوان 2010
اختبار مادة: ... الرياضيات ... الشعبة : ... آ وفلسفة + ل.أ المدة: ... 02 سا و 30 د.....

العلامة		عناصر الاجابة	مجاور
الموضوع	مجزأة	تابع للموضوع الأول	الموضوع
	1 0,5 1+ 0,5	5. التحقق: $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$ $(C_f) \cap (xx') = \{A(1; 0), B(\frac{5}{2}; 0)\}$ 6. رسم (Δ) و (C_f) سلم خاص بالمكفوفين: $f(x) > 0$ إذا فقط إذا كان $x > \frac{5}{2}$ 0,75 $f(x) < 0$ إذا فقط إذا كان $x < \frac{5}{2}$ و $x \neq 1$ 0,75	
		الموضوع الثاني	
06	1+0,5 1+0,5 1+0,5 1+0,5	التمرين الأول: (06 نقاط) الرقم: رقم الإجابة: التبرير: (1) $203 \equiv 2[5]$ و $0 \leq 2 < 5$ (ب) (2) $2x + 5 \equiv 1[7]$ (ب) (3) 1. $g'(x) = 3x^2 + 3 > 0$ (ا) 2. $g(0) = 4 \xrightarrow{- \quad 0 \quad +} g''(x) = 6x$ (ب)	اختيار من متعدد
07	1+1 0,5+0,5 1 3x0,5 1+0,5	التمرين الثاني: (07 نقاط) 1. أ. $f'(1) = 0$ و $f'(-1) = 0$ ب. $f(-1) = -4$ و $f(-2) = 0$ ج. جدول التغيرات. 2. $\sqrt{3} > \frac{3}{2} > 1$ و $f(\sqrt{3}) < f(\frac{3}{2})$ (f متناقصة تماما على $[1; 2]$) 3. الشرح والرسم. سلم خاص بالمكفوفين: 1. $f(-1) = -4$ ، $f(-2) = 0$ 1 2. أ. حساب: $f'(-1)$ ، $f'(1)$ ، $f'(x)$ 1,5 ب. اتجاه تغير f 1,5 ج. $f(\sqrt{3}) < f(\frac{3}{2})$ 1,5 3. التحقق + الحل 1 4. $f'(0) = 3$ 0,5	الدوال العددية

102

صفحة 3/2

الإجابة النموذجية وسلم التقييط لموضوع مقترح لدورة جوان 2010
 اختبار مادة: ... الرياضيات ... الشعبة : ... آ وفلسفة + ل.أ المدة: 02 سا و 30 د....

العلامة		عناصر الاجابة	محاور
المجموع	مجزأة	تابع للموضوع الثاني	الموضوع
07	0,5+0,75	التمرين الثالث: (07 نقاط) 1. أ - حساب الأساس والحدّ الأول للمتتالية (u_n) : $u_0 = 3$ ، $r = 2$	المتتاليات
	0,5	ب - $u_n = 3 \times 2^n$	
	1	2. أ - $n = 8$ ومنه $u_8 = 768$	
	1	ب - حساب المجموع: $S = 3(2^8 - 1) = 765$	
	3×0,25	3. أ - $v_1 = 7$ ، $v_2 = 13$ ، $v_3 = 25$	
	1,5	ب - البرهان بالتراجع	
	1	ج - $S' = S + 8 = 773$	

103