

**Corrigé de l'épreuve de mathématiques du baccalauréat  
Session de contrôle 2017 Section : Economie et Gestion**

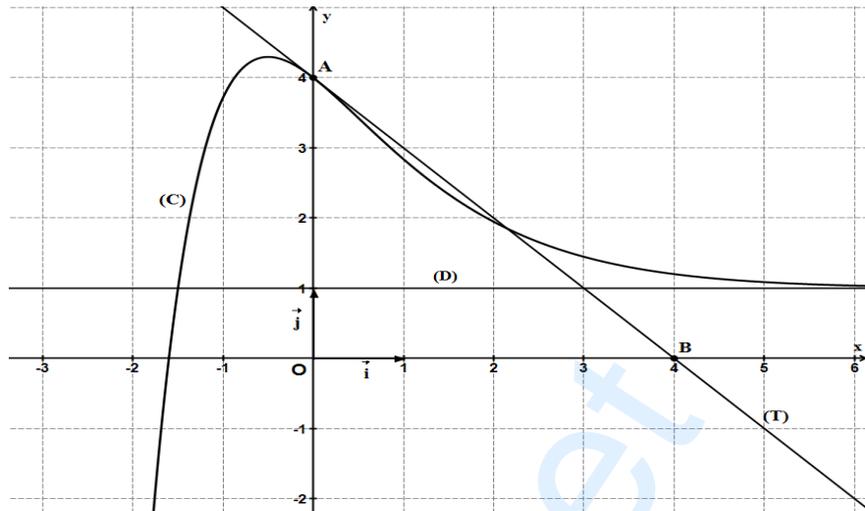
**Exercice 1**

1) a)  $f(0) = 4$  et  $f'(0) = -1$ .

b) (T) :  $y = -x + 4$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ .

d)  $2 < A < 3$ .



2) a)  $f'(x) = ae^{-x} - (ax + b)e^{-x} = (-ax + a - b)e^{-x}$ .

b)  $\begin{cases} f(0) = 4 \\ f'(0) = -1 \end{cases}$  équivaut à  $\begin{cases} 1 + b = 4 \\ a - b = -1 \end{cases}$  équivaut à  $\begin{cases} b = 3 \\ a = 2 \end{cases}$   
équivaut à  $f(x) = 1 + (2x + 3)e^{-x}$ , pour tout réel  $x$ .

c) La fonction F est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $F'(x) = 1 - 2e^{-x} + (2x + 5)e^{-x} = f(x)$ .  
Alors F est une primitive de f sur  $\mathbb{R}$ .

d)  $A = \int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = 1 - 9e^{-2} + 7e^{-1}$ .

**Exercice 2**

1) a) Nombre d'arêtes sortantes et le nombre d'arêtes rentrantes :

	A	B	C	D	E
$d^+$	2	2	1	2	1
$d^-$	2	1	1	2	2

b)  $d^+ \neq d^-$  pour les sommets B et E donc G n'admet pas de cycle eulérien.

c) Pour les sommets A, C et D :  $d^+ = d^-$ .

Pour le sommet B :  $d^+ = d^- + 1$ .

Pour le sommet E on a  $d^+ = d^- - 1$ .

Donc G admet une chaîne eulérienne.

d) Exemple de chaîne eulérienne : B-D-A-C-D-E.

2)  $M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  Il ya 2 chaînes de longueur 2 reliant le sommet B à E.

**Exercice 3**

1) On trouve  $C = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 14 \\ -2 & 4 & -9 \\ 2 & -4 & 10 \end{pmatrix}$ .

2) a)  $\det(A) = \frac{1}{4} \neq 0$ . Alors la matrice A est inversible.

b) Il suffit de vérifier que  $Ax = C$  équivaut à  $Ax = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x$ .

3)  $(-2) + 6x_1 + 4x_2 - 8 = 4 \neq 0$ , ainsi le triplet  $(-2, 1, 2)$  ne vérifie pas la deuxième équation du système, par la suite il n'est pas une solution de (S).

a)  $(a, b, c)$  est une solution du système (S) équivaut à

$$\begin{cases} 2a + 2b - c = -4 \\ a + 6b + 4c = 8 \\ 2b + 2c = 6 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} a + b - \frac{1}{2}c = -2 \\ \frac{1}{2}a + 3b + 2c = 4 \\ b + c = 3 \end{cases} \text{ équivaut à } A \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

c)  $A \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  équivaut à  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  On trouve  $a=10$   $b=-7$   $c=10$

**Exercice 4**

1)  $U_1 = \frac{1}{2}(U_0 + e) = \frac{3}{2}e$  et  $U_2 = \frac{1}{2}(U_1 + e) = \frac{5}{4}e$ .

2) a)  $U_0 = 2e > e$ .

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Supposons que  $U_n > e$  et montrons que  $U_{n+1} > e$ .

En effet si  $U_n > e$  alors  $U_n + e > 2e$  d'où  $\frac{1}{2}(U_n + e) > e$  c'est-à-dire  $U_{n+1} > e$ .

Conclusion : pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n > e$ .

b) Soit  $n \in \mathbb{N}$ .  $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{2}(U_n + e) - U_n = \frac{1}{2}(e - U_n) < 0$  car  $e < U_n$ .

c) La suite  $U$  est décroissante et minorée par  $e$  alors elle est convergente.

3) Soit la suite  $V$  est définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n - e$ .

a) Soit  $n \in \mathbb{N}$ ,  $V_{n+1} = U_{n+1} - e = \frac{1}{2}(U_n + e) - e = \frac{1}{2}(U_n + e) - \frac{2}{2}e = \frac{1}{2}(U_n + e - 2e) = \frac{1}{2}(U_n - e) = \frac{1}{2}V_n$ .

Alors  $V$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

b)  $V_0 = U_0 - e = 2e - e = e$  d'où pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $V_n = e \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

De l'égalité  $V_n = U_n - e$ , on déduit que  $U_n = e + e \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

c)  $\frac{1}{2} \in ]-1, 1[$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} e \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$  par la suite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e + e \left(\frac{1}{2}\right)^n = e$ .