Corrigé sujet mathématiques section Sport session Contrôle 2019

Exercice 1

1)a)

$u_1 = u_{0+1} = -20 + 1,2u_0 = -20 + 1,2x300 = 340.$
$u_2 = u_{1+1} = -20 + 1,2u_1 = -20 + 1,2x340 = 388.$

2) a)

$v_{n+1} = u_{n+1} - 100 = -20 + 1,2u_n - 100 = 1,2(u_n - 100) = 1,2v_{n.}$

la suite (v_n) est géométrique de raison q=1,2 et de premier terme $v_0 = u_0 - 100 = 200.$

b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0\ q^n = 200\ (1,2)^n$.

c)

$n \in \mathbb{N}$, $v_n = 200\ (1,2)^n$ et $v_n = u_n - 100$ donc $u_n = v_n + 100$

donc $u_n = 200\ (1,2)^n + 100$

3) a)

$u_n \geq 550$ équivaut à $200\ (1,2)^n + 100 \geq 550$

équivaut à $200\ (1,2)^n \geq 450$

équivaut à $(1,2)^n \geq 2,25$

équivaut à $\ln\left((1,2)^n\right) \geq \ln(2,25)$

équivaut à $n\ln((1,2)) \geq \ln(2,25)$

équivaut à $n \geq \dfrac{\ln(2,25)}{\ln((1,2))} \approx 4,44$

Donc le plus petit entier n tel que $u_n \geq 550$ est n=5.

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 200\ (1,2)^n + 100$ or $\lim\limits_{n\to+\infty} 1,2^n = +\infty$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty.$

Exercice 2

1) Card E= $A_{10}^3 = 720.$

2) a) $p(A) = \dfrac{A_5^3}{720} = \dfrac{60}{720} = \dfrac{1}{12}$ et $p(B) = \dfrac{A_5^3 + A_3^3}{720} = \dfrac{66}{720} = \dfrac{11}{120}$

b) $p(C) = 3\dfrac{A_3^1 \text{ x } A_8^2}{720} = \dfrac{7}{15}.$

3) a)

$X \in \{0,1,2\}$

$p(X=0) = \frac{A_8^3}{720} = \frac{21}{45}$.

$p(X=1) = p(C) = \frac{21}{45}$.

$p(X=2) = 3\frac{A_2^2 A_8^1}{720} = \frac{3}{45}$.

b) $E(X) = 0x\frac{21}{45} + 1x\frac{21}{45} + 2x\frac{3}{45} = 0,6$

Exercice 3

1) a) $f'(0) = \frac{-1-1}{-1-0} = -2$

b) Une équation de la tangente T au point d'abscisse 0 est T : f'(0) (x-0) +f(0).
Or $f'(0) = 2$ et $f(0) = 1$ d'où T : $y = 2x + 1$.

2) a) f'(x)= p e^{px} donc f'(0) = p = 2

b) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2e^{2x} = +\infty$.
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2e^{2x} = 0$.

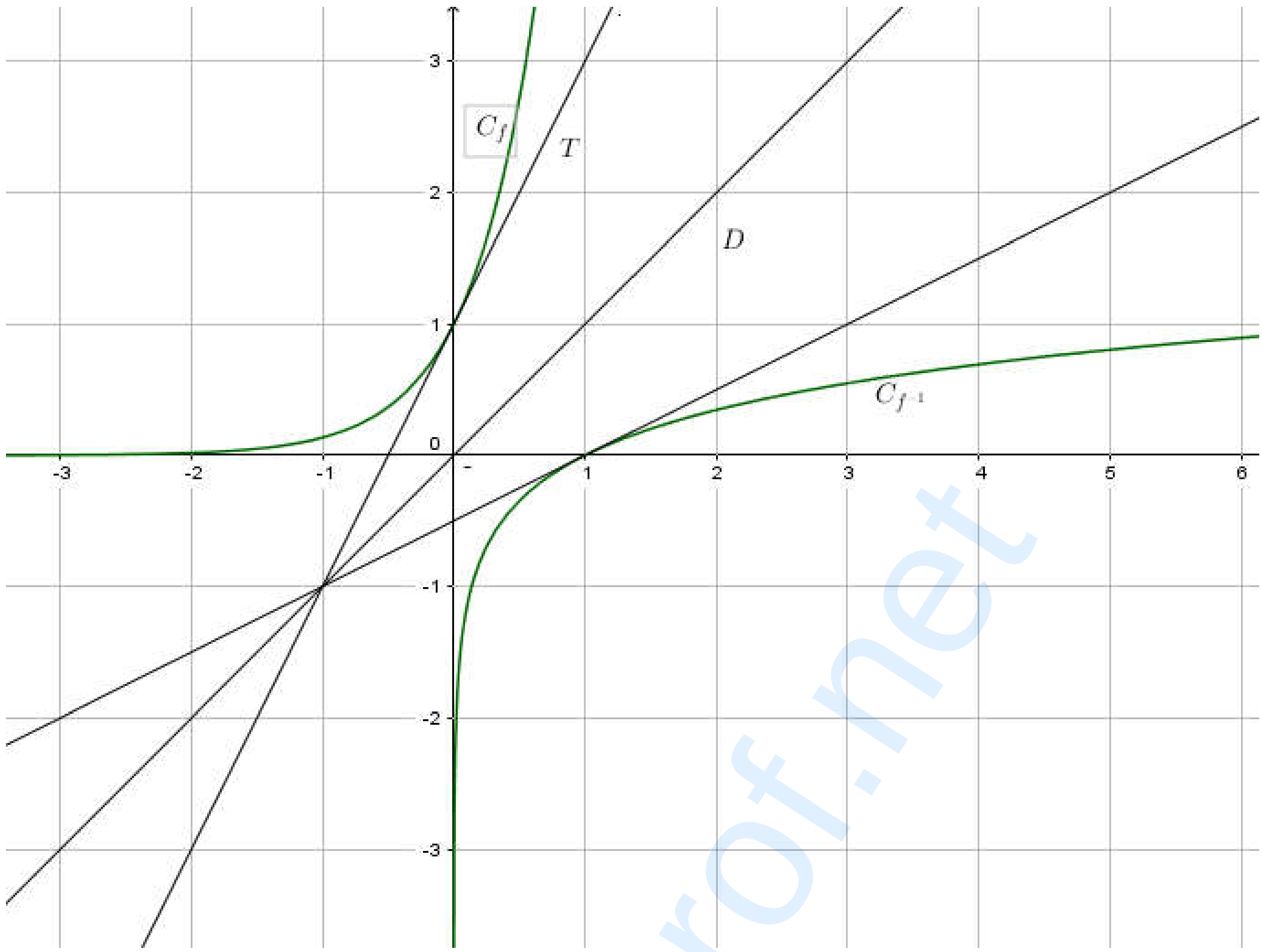
3) f est continue et strictement croissante sur IR donc f réalise une bijection de IR.

4) a) soit $f^{-1}(e) = a$ donc $f(a) = e = e^{2a}$ donc a = $f^{-1}(e) = \frac{1}{2}$.

De même $f^{-1}(1) = 0$.

b) voir figure.

5) S = $\int_{-1}^{0} (e^{2x} - x)\, dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} = \frac{2e^2 - 1}{2e^2}$.



C_f
T
D
$C_{f^{-1}}$