

EXERCICE 1 (3,5pts)

On pose pour tout x de \mathbb{R} , $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$.

1) a) Sachant que $p(-1) = 0$, écrire $p(x)$ sous la forme d'un produit des facteurs (0,5pt)

b) En déduire la résolution dans \mathbb{R} de l'inéquation $p(x) \leq 0$. (0,5pt)

2) En utilisant les résultats de la question 1), résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

a. $2e^{3x} - e^{2x} - 5e^x - 2 \leq 0$ (1pt)

b. $2\ln x + \ln(2x-1) \leq \ln(5x+2)$ (1,5pt)

EXERCICE 2 (4pts)

1) On considère la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 250000 \\ U_{n+1} = 1,02U_n + 5000 \end{cases}$$

Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = U_n + 250000$.

a. Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme. (0,75pt)

b. Exprimer V_n en fonction de n et en déduire U_n en fonction de n . (1,5pt)

2) Au 1^{er} janvier 1995, une ville compte 250 000 habitants. Chaque année, la population augmente de 2% et 5000 personnes viennent s'installer dans cette ville.

a. Quel sera le nombre d'habitants de cette ville au 1^{er} janvier 2010 ? (0,75pt)

b. A partir de quelle année le nombre d'habitants aura au moins doublé ? (1pt)

EXERCICE 3 (3,5pts)

On considère les points A, B et C de coordonnées respectives ; (1 ; -3), (4 ; 5) et (-3 ; 2).

1) Quelles sont les affixes des points A, B et C, et des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} ? (1,5pt)

2) On définit les points D et E par : $\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$ et $3\vec{BE} = \vec{BC}$. Déterminer l'affixe de chacun des points D et E. (1pt)

3) Montrer que $\frac{z_D - z_A}{z_E - z_A}$ est un réel. Que peut-on dire des points A, D et E ? (1pt)

Sma

PROBLEME (8,75pts)

On désigne par f la fonction définie par $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f . (0,5pt)
- 2) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

Justifier que la courbe (C) admet deux asymptotes verticales, que l'on précisera. (1+0,5pt)

- 3) a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = -\frac{x}{2}$ est asymptote oblique à la courbe (C) . (0,75pt)

b) Etudier la position de (C) par rapport à (Δ) . (1,5pt)

- 4) Tracer la courbe (C) , ses asymptotes verticales et la droite (Δ) . (2pts)

- 5) F est la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $F(x) = -\frac{x^2}{4} + (x-1)\ln(x-1) - x\ln x + 1$.

Montrer que F est la primitive de f sur $]1; +\infty[$ prenant la valeur $-2\ln 2$ en 2. (0,75pt)

- 6) Soit λ un réel compris entre 1 et 3 ($\lambda \in]1; 3[$).

a) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la partie délimitée par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = \lambda$ et $x = 3$. (1pt)

- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} A(\lambda)$. (1pt)