

Tle C	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Durée : 2
		Coefficient : 6

ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1 1,5 point

- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul, on a : $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- Démontrer de deux manière différentes que $\sum_{k=1}^n k(n-k) = \frac{(n-1)n(n+1)}{6}$

Exercice 2 1,5 point

- Soit a, b et c trois entiers naturels non nuls .
Démontrer que si $ab < c$ alors $a + b \leq c$ 0,5 pt
- Soit q et r le quotient et le reste de la division euclidienne d'un entier naturel a par un entier naturel b. Sachant que $a + b + r = 3025$ et $q = 50$, rétablir la division. 1 pt

Exercice 3 1,5 point

Soit x, y et z trois entiers naturels tels que l'écriture en base x de y soit $\overline{1000}$ et que l'écriture en base x de z soit $\overline{50}$

- Montrer que l'on peut, sans connaître x, exprimer y^2 et yz dans le système de base 10 0,5 pt
- Déterminer x pour que $yz = 6480$ dans le système décimal 0,25 pt
Ecrire alors $y^2 + yz$, z^4 en base x, puis comparer y^2 et z^4 0,75 pt

Exercice 4 4,25 points

- On considère dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation (E) : $z^3 - (2 + 3i)z^2 + (4 + 6i)z - 8 = 0$
 - Démontrer que (E) admet une solution réelle et une seule 0,5 pt
 - Résoudre (E) dans \mathbb{C} . 1,5 pt
 - Soit A, B et C les points images des solutions de (E) dans le plan complexe.
Démontrer que A, B et C sont les points d'un cercle dont on déterminera le centre. 0,75 pt
- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^6 - (2 + 3i)z^4 + (4 + 6i)z^2 - 8 = 0$ 1,5 pt

Exercice 5 1,25 point

Soit P le polynôme à variable complexe z définie par : $P(z) = 2z^4 - 6z^3 + 9z^2 - 6z + 2$

- Démontrer que si z_0 est racine de P, alors $\frac{1}{z_0}$ et $\overline{z_0}$ le sont aussi 0,25 x 2 pt
- Calculer $P(1 + i)$ 0,25 pt
 - Résoudre l'équation $P(z) = 0$ 0,5 pt

Bonne Chance

« One of the mysteries of the Great Pyramid (of Egypt) at this point is that many archaeologists and explorers have surveyed it and obtained different measurements of its height »
Max TOTH and Greg NIELSEN in Pyramid Power, 1973 P. 57