REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	SESSION DE CONTROLE	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009
SECTION :	SCIENCES EXPERIMENTALES	
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DURÉE : 3 heures	COEFFICIENT : 3

EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1) L'équation $z^2 = -16$ admet dans l'ensemble $\mathbb{C}$ exactement

a) une solution b) deux solutions c) quatre solutions

2) Un argument du nombre complexe $(1+i)^{2009}$ est

a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{3\pi}{4}$

3) Si f est la solution de l'équation différentielle $y' = 2y - 2$ telle que $f(0) = \frac{3}{2}$ alors

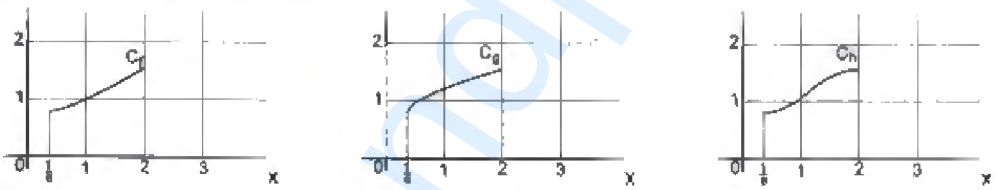
a) $f(x) = e^{\frac{x}{2}} + \frac{1}{2}$ b) $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + 1$ c) $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{3}{2}$

4) La fonction $x \mapsto \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ est une solution de l'équation différentielle

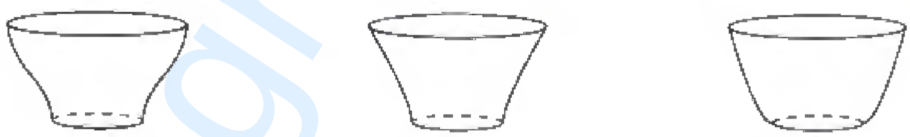
a) $y'' + 4y = 0$ b) $y'' - 4y = 0$ c) $4y'' + y = 0$

Exercice 2 (3 points)

Les courbes C_f, C_g et C_h ci-dessous sont les représentations graphiques, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, de trois fonctions f, g et h.



Les solides S_1, S_2 et S_3 ci-dessous sont obtenus par rotation autour de l'axe (Ox) des courbes C_f, C_g et C_h.



S_1 S_2 S_3

1) Associer à chaque courbe le solide qu'elle engendre.

2) a) Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, l'intégrale $I = \int_{\frac{1}{e}}^{2} x \ln x \, dx$.

b) C_f étant la courbe de la fonction f définie sur $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$ par $f(x) = \sqrt{1 + x\ln x}$, calculer le volume du solide associé à C_f.

EXERCICE 3 (3 points)

La durée de vie d'une machine (exprimée en années) suit une loi exponentielle de paramètre 0,2.

1) Calculer la probabilité qu'une machine ait une durée de vie comprise entre 2 et 4 ans.

2) Calculer la probabilité pour que la durée de vie d'une machine dépasse 2 ans.

3) On considère un lot de 4 machines fonctionnant de manière indépendante.

Déterminer la probabilité que la durée de vie d'au moins une machine parmi les 4 dépasse 2 ans.

(On donnera une valeur approchée de cette probabilité à 10^{-2} près).

EXERCICE 4 (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère la droite Δ passant par le point $A(-3, -1, -3)$ et de vecteur directeur $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ et la droite D passant par le point $B(3, 2, 3)$ et de vecteur directeur $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$

1) a) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et $\det(\vec{u}, \vec{v}, \overrightarrow{AB})$.

b) Justifier que les droites Δ et D sont orthogonales et non coplanaires

c) Déterminer une équation cartésienne du plan contenant Δ et parallèle à D.

2) Soit S la sphère de centre $C(-1, 0, -1)$ et de rayon 6 et $\mathscr{P}$ le plan d'équation $2x + y + 2z + 13 = 0$.

a) Montrer que S et $\mathscr{P}$ se coupent suivant un cercle de centre A. Déterminer le rayon de ce cercle.

b) Montrer que la droite D est tangente à la sphère S au point B.

3) a) Calculer AB. En déduire que le point C appartient au segment $[AB]$

b) Déterminer alors une droite perpendiculaire aux droites D et Δ.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = -1 + \frac{x-1}{x+1}e^x$. On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Calculer $\lim_{x \to (-1)^-} f(x)$, $\lim_{x \to (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2) a) Montrer que pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $f'(x) = \frac{x^2+1}{(x+1)^2}e^x$.

b) Donner le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]-1, +\infty[$ une unique solution α et que $1{,}5 < \alpha < 1{,}6$.

b) Vérifier que $e^{\alpha} = \frac{\alpha+1}{\alpha-1}$ et que $f(-\alpha) = 0$.

4) a) Calculer $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat

b) Tracer la courbe $\mathscr{C}$.