REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2008		NOUVEAU REGIME SESSION PRINCIPALE	
SECTION :	SCIENCES EXPERIMENTALES		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 3

EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) Le nombre complexe $\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}$ a pour argument

a) $\frac{\pi}{12}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) $\frac{\pi}{3}$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A, B, C, et D d'affixes respectives -1, 1+2i, 3, et – 3i. Alors on a

a) les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont orthogonaux ;
b) le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ;
c) les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

3) L'équation différentielle $y' = 2y + 1$ admet pour solutions les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par

a) $f(x) = ke^{2x}$, $k \in \mathbb{R}$; b) $f(x) = ke^{2x} - \frac{1}{2}$, $k \in \mathbb{R}$; c) $f(x) = ke^{-x}$, $k \in \mathbb{R}$.

EXERCICE 2 (5 points)

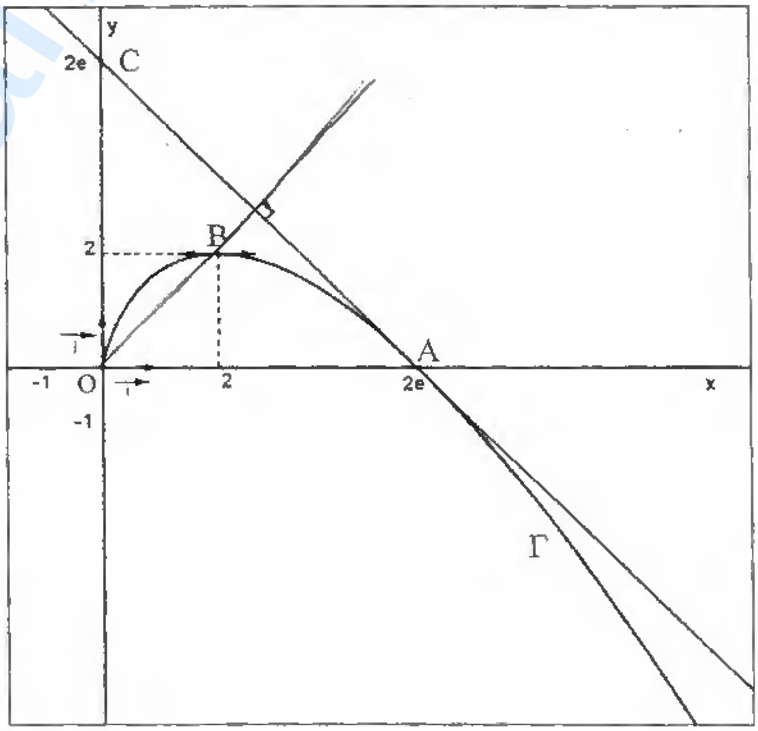
Dans le graphique ci-contre :

Γ est la courbe représentative, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0,+\infty[$ et dérivable sur $]0,+\infty[$.

Les points O, A et B appartiennent à Γ.

La droite (AC) est la tangente à Γ au point A.

Γ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.



1) Par une lecture graphique :

a) Déterminer f (0), f (2), f (2e), f '(2) et f '(2e).

b) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.

2) Justifier que la restriction g de f à l'intervalle $[2,+\infty[$ admet une fonction réciproque g^{-1} et préciser l'ensemble de définition de g^{-1}.

On admet que g est définie par $g(x) = x(1 + \ln 2 - \ln x)$, pour tout $x \geqslant 2$.

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de g et par $\mathscr{C}'$ celle de g^{-1} dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan. Tracer, les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

Soit D la partie du plan limitée par les axes $(O, \vec{i})$ et $(O,\vec{j})$ et les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

a) Hachurer D.

b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que $\int_2^{2e} g(x)\,dx = e^2 - 3$.

c) Calculer l'aire de D.

XERCICE 3 (4 points)

n considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \frac{k}{e^k} = -\frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} - \frac{3}{e^3} + \cdots + (-1)^n \frac{n}{e^n}$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n, $(2n+2) - e(2n+1) < 0$.

b) Montrer que pour tout entier naturel non nul n,

$$u_{2n+2} - u_{2n} = \frac{1}{e^{2n+2}}\left[(2n+2) - e(2n+1)\right].$$ 0,5

En déduire que la suite $(u_{2n})_{n\geq 1}$ est décroissante. 0,5

Montrer que la suite $(u_{2n+1})_{n\geq 1}$ est croissante. $u_{2n+3} - u_{2n+1} = -\frac{1}{e^{2n+3}}\left[(2-2e)n + (3-2e)\right] > 0$ 0,5

a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n, $u_{2n} > u_{2n+1}$. $u_{2n} - u_{2n+1} = \frac{2n+1}{e^{2n+1}} > 0$. 0,5 pour croissante

b) Calculer $\lim_{n\to+\infty} (u_{2n} - u_{2n+1})$.

Montrer que la suite (u_n) converge vers un réel α et que $u_3 < \alpha < u_2$.

XERCICE 4 (4 points)

espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

n considère les points A(3,2,6) ; B(1,2,4) et C(4,-2,5).

a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Calculer le volume du tétraèdre OABC.

Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC).

Montrer que $OH = \frac{4}{3}$.

Soit S la sphère de centre O et passant par A. 0,5 x 2

a) Justifier que l'intersection de S avec le plan (ABC) est un cercle $\mathscr{C}$ de centre H.

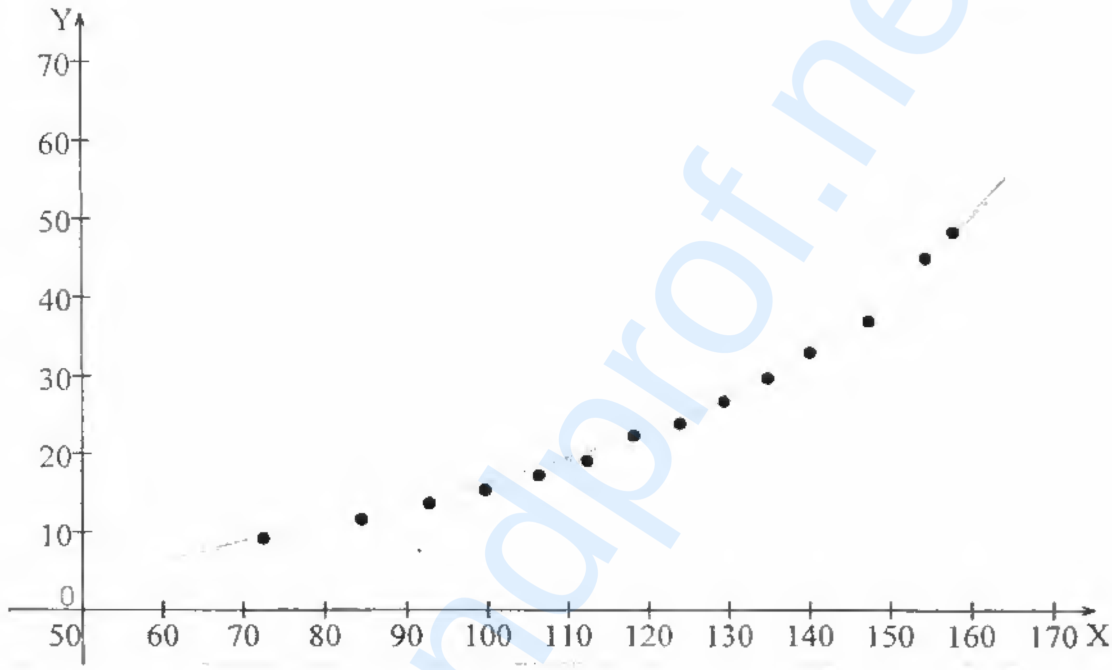
b) Calculer le rayon du cercle $\mathscr{C}$.

EXERCICE 5 (4 points)

Le tableau ci-dessous donne, pour des filles entre 1 et 14 ans, la taille moyenne X (en centimètres) et le poids moyen Y (en kilogrammes) :

Âge	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	72,5	84,5	92,8	99,7	106,4	112,4	118,2	123,9	129,4	134,8	140,1	147,4	154,4	157,9
Y	9,2	11,6	13,6	15,3	17,2	19	22,3	23,8	26,7	29,7	33	37	45	48,3

1) On a représenté le nuage de points de la série (X, Y) dans la figure ci-dessous.
Indiquer si le nuage de points justifie la recherche d'un ajustement affine entre les variables X et Y.



2) a) Calculer la moyenne $\overline{X}$ et l'écart-type σ_X de la variable X.

b) Calculer la moyenne $\overline{Y}$ et l'écart- type σ_Y de la variable Y.

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série double (X, Y).

3) On admet qu'il existe un ajustement de la série (X, Y) donné par la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = 2{,}1463\, e^{0.0197x}$ et on suppose que cet ajustement reste valable pour les filles jusqu'à l'âge de 17 ans.
Estimer le poids moyen des filles de 17 ans ayant une taille moyenne égale à 165 centimètres.

$49 - \frac{16}{9} = \frac{\sqrt{425}}{3}$

4-ième SCIENCES TECHNIQUES SESSION PRINCIPALE JUIN 2008

Exercice n°1

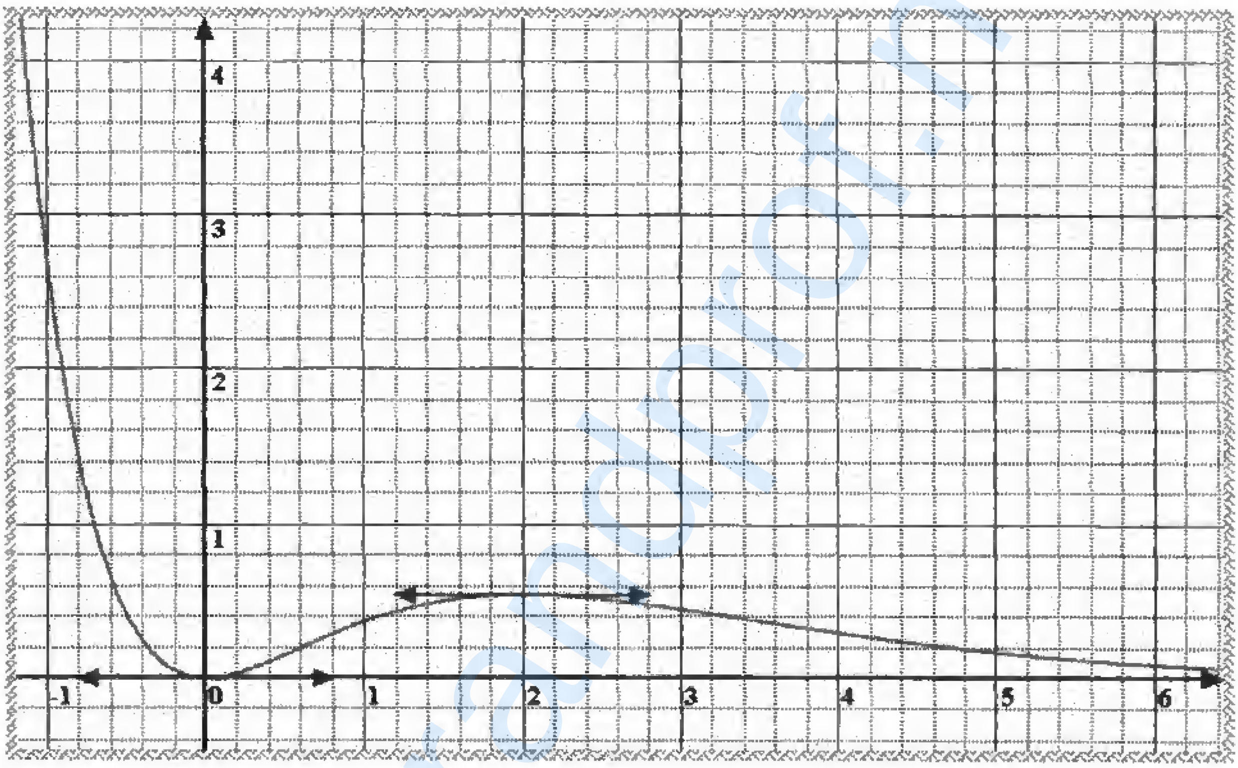
Questions	Réponses	Barème
1)	b) $(3-2i)^2 = 5-12i$	1
2)	a) $-1-i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$	1
3)	b) $z'z'' = \frac{c}{a} = \frac{10i}{1} = 10i$	1

Exercice n° 2 $A(1,-4,0)$, $B(4,-1,3)$, $C(4,-4,3)$ et $D(-2,2,-3)$

Questions		Réponses	Barème	commentaires
1)	a)	$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\0\\-3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 9-9=0$	0,75	3 x 0,25
	b)	$\begin{vmatrix}3 & 0\\3 & -3\end{vmatrix} = -9$, $\begin{vmatrix}3 & 3\\3 & -3\end{vmatrix} = -18$ $\begin{vmatrix}3 & 3\\3 & 0\end{vmatrix} = -9$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-9\\18\\-9\end{pmatrix}$	0,75	indivisible
2)		L'aire du triangle ABC $= \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right\|$ $= \frac{1}{2}\times 9\sqrt{6} = \frac{9}{2}\sqrt{6}$	0,75	0,25 pour la formule 0,5 pour le reste (indiv)
3)		$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-3\\6\\-3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AD}$ $\Rightarrow (AD)\perp$ au plan ABC	0,75	0,25 composantes de $\overrightarrow{AD}$ 0,5 pour le reste
4)	a)	Le volume du tétraèdre BCD $= \frac{1}{6}\left\|\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right\| = \frac{1}{6}\left\|(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AD}\right\|$ $= \frac{1}{6}\times 18\times 9 = 27$	1	0,5 pour la formule appliquée(commece à remplacer)
	b)	$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}0\\-3\\-6\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-6\\3\\-6\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}36\\36\\-18\end{pmatrix}$ et $\left\|\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}\right\| = 54$	1	0,5 pour formule appliquée (composantes,produit vectoriel) (indiv) 0,5 pour la moitié de la norme (indiv)

		L'aire du triangle BCD $= \frac{1}{2}\lVert \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} \rVert = \frac{1}{2} \times 54 = 27$		
	c)	Soit H le projeté orthogonal de A sur le plan BCD Le volume du tétraèdre ABCD $= \frac{\text{l'aire du triangle BCD} \times AH}{3}$ $= 27$ donc $AH = \frac{27 \times 3}{\text{l'aire du triangle BCD}}$ $= \frac{27 \times 3}{27} = 3 \Rightarrow d(A,(BCD)) = AH = 3$	1	0,5 pour la formule V= 1/3 S.h 0,5 pour le reste

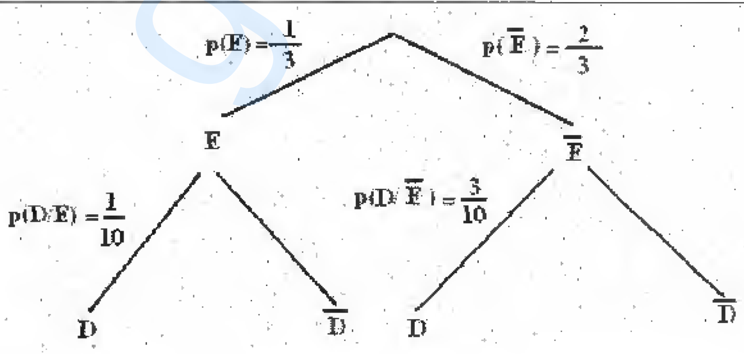
Exercice n° 2



Questions	Réponses	Barème	commentaires
I-1)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$	1,5	3 x 0,5
I-2)	$m \in \left]-\infty, 0\right[$ aucune solution $m \in \left]4e^{-2}, +\infty\right[\cup \{0\}$ une seule solution $m = 4e^{-2}$ 2 solutions $m \in \left]0, 4e^{-2}\right[$ 3 solutions	1,25	5 x 0,25
II-1)	$f'(x) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x} = 2xe^{-x} - f(x)$	0,75	(0,5 + 0,25)

	a)	$I=\int_0^2 xe^{-x}dx$ $\begin{cases} u(x)=x & \Rightarrow & u'(x)=1 \\ v'(x)=e^{-x} & \Leftarrow & v(x)=-e^{-x} \end{cases}$ $I=\left[-xe^{-x}\right]_0^2+\int_0^2 e^{-x}dx$ $=\left[-xe^{-x}\right]_0^2+\left[-e^{-x}\right]_0^2$ $=-2e^{-2}-e^{-2}+1=1-3e^{-2}$	1	0,5 integ par parties 0,5 pour le reste
II-2)	b)	$J=\int_0^2 f(x)dx=\int_0^2(2xe^{-x}-f'(x))dx$ $J=2I-\int_0^2 f'(x)dx$	1	0,5 x 2
	c)	$J=2I-\int_0^2 f'(x)dx$ $=2(1-3e^{-2})-\left[x^2e^{-x}\right]_0^2$ $=2-6e^{-2}-4e^{-2}=2-10e^{-2}$ J est la mesure de l'aire géometrique de la région limitée par la courbe de f, l'axe des abscisses et les droites d'éqts $x=0$ et $x=2$	1,5	0,5 $2I-[f(x)]_0^2$ 0,5 $J=2-10e^{-2}$ 0,5 interprétation

Exercice n° 4

Questions	Réponses	Barème	commentaires
1)	$p(E)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$, $p(\bar{E})=1-p(E)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$	1	2 x 0,5 (indiv)
2) a)	$p(A/E)=\frac{C_3^1\times C_2^1}{C_5^2}=\frac{3\times2}{10}=\frac{3}{5} \longrightarrow$ 0,5 ou 0 $p(A/\bar{E})=\frac{C_3^1\times C_2^2}{C_5^3}=\frac{3\times1}{10}=\frac{3}{10} \longrightarrow$ 0,5 ou 0	1	2 x 0,5
b)	$p(A)=p(E)\times p(A/E)+p(\bar{E})\times p(A/\bar{E})$ $=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}=\frac{2}{5}$	1	Resultat sans formule 1
c)	 $p(D)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{10}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{10}=\frac{7}{30}$	1	4 x 0,25