



C :NS22

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
( الدورة العادية 2007 )  
الموضوع

المادة: الرياضيات

3

مدة الانجاز :

7

المعامل :

الشعب (6) : العلوم التجريبية الأصيلة + العلوم التجريبية + العلوم الزراعية

( يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة )

التمرين الأول : ( 3 ن )

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  الفلكة (S) التي معادلتها هي :
- $$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 8 = 0$$
- و المستوى (P) الذي معادلته هي :  $x - y + 2z + 1 = 0$  .
- 1) بين ان مركز الفلكة (S) هي النقطة  $\Omega(1,2,3)$  أن شعاعها يساوي  $\sqrt{6}$  .
  - 2) تحقق من أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .
  - 3) أ- حدد تمثيلا بارا متريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $\Omega$  و العمودي على (P) .  
ب- حدد مثلث إحداثيات  $\omega$  نقطة تماس (P) و (S) .

1

0,75

0,5

0,75

التمرين الثاني : ( 3 ن )

- 1) أ- أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي  $(3 - 2i)^2$   
ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 - 2(4 + i)z + 10 + 20i = 0$
- 2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي :  $a = 1 + 3i$  و  $b = 7 - i$  و  $c = 5 + 9i$  .  
أ- بين أن :  $\frac{c-a}{b-a} = i$   
ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية .

0,5

1

0,5

1

التمرين الثالث : ( 2,5 )

- 1) تحقق من ان :  $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$  .
- 2) بين أن :  $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 3$  .
- 3) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن :  $\int_0^2 x \ln(x+1) dx = \frac{3}{2} \ln 3$  .

0,5

1

1

التمرين الرابع: (2,5)

يحتوي كيس على سبع بيد قات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1 ( لا يمكن التمييز بين البيد قات باللمس).  
نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيد قات من الكيس.

لتكن الأحداث التالية :

- A : " لا توجد أية بيدقة تحمل العدد 0 من بين البيد قات الثلاثة المسحوبة "  
B : " سحب ثلاث بيد قات تحمل أعدادا مختلفة مثني مثني "  
C : " مجموع الأعداد المسجلة على البيد قات الثلاثة المسحوبة منعدم "

احسب احتمال كل من الحدثين A و C ثم بين أن احتمال الحدث C هو  $\frac{2}{7}$  2,5

مسألة : (9 ن)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = e^{-x} + x - 1$  .  
1 احسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم استنتج أن g تزايدية على  $[0, +\infty[$  و تناقصية على  $]-\infty, 0]$  . 0,75  
2 بين أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ( لاحظ أن  $g(0) = 0$  ) ثم استنتج أن  $e^{-x} + x \geq 1$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  . 0,5

(II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  .

- 1 بين أن حيز تعريف الدالة f هو  $\mathbb{R}$  ( يمكن استعمال نتيجة السؤال 2(I) ) . 0,5

2 أ- بين أن :  $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  0,25

ب- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  ثم أول هندسيا هاتين النتيجةين . 1,5

3 أ- بين أن :  $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  . 0,75

ب- ادرس إشارة  $f'(x)$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . 0,5

4 أ- اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم . 0,5

ب- تحقق من أن :  $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ثم ادرس إشارة  $x - f(x)$  على  $\mathbb{R}$  . 0,75

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته هي :  $y = x$  . 0,25

5 أنشئ  $(\Delta)$  و (C) في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ( نأخذ  $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$  ) . 1

(III) نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة بما يلي  $U_0 = 1$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

1 بين بالترجع أن  $0 \leq U_n \leq 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  . 0,5

2 بين أن المتتالية  $(U_n)$  تناقصية ( يمكن استعمال نتيجة السؤال 4(II) ب). 0,5

3 استنتج أن  $(U_n)$  متقاربة ثم حدد نهايتها . 0,75