



7	المعامل:	NS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيا بمسلكها		التصنيف(ة) أو المعنى:

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الرابع (السؤال الثالث) ، m يرمز لدالة اللوغاريتم التبري .

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ،النقط $A(-1,0,3)$ و $B(3,0,0)$ و

$C(7,1,-3)$ والكرة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$.

- 1) بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ واستنتج أن $3x + 4z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .
- 2) بين أن مركز الكرة (S) هي النقطة $\Omega(3,1,0)$ وأن شعاعها هو 5 .
- 3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .

$$- \text{أ - بين أن : } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ هو تمثيل بارامتري للمستقيم } (\Delta)$$

ب - بين أن المستقيم (Δ) يقطع الكرة (S) في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$.

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$.

2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي ألقاها على

التوالي هي : $a = 3 - i$ و $b = 3 + i$ و $c = 7 - 3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ - بين أن : $z' = iz + 2 - 4i$.

ب - تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c' = 5 + 3i$.

ج - بين أن : $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $BC = 2BC'$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين :

A : ' الحصول على كرة حمراء واحدة فقط ' و B : ' الحصول على كرة بيضاء على الأقل ' .

بين أن $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{41}{42}$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 .

ب - بين أن $P(X=0) = \frac{1}{6}$ و $P(X=2) = \frac{3}{10}$.

ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ لكل n من \mathbb{N}
 1) بين بالترجع أن : $u_n - 1 > 0$ لكل n من \mathbb{N} 0.75

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ لكل n من \mathbb{N}

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} 1

ب - بين أن $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ ثم استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ 0.75

3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ حيث (w_n) هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

التمرين الخامس (8 ن)

1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$
 1) بين أن : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من \mathbb{R} 0.5

2) بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right]$ وتناقصية على المجال $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ 0.5

3) أ - بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$
 ب - استنتج أن : $g(x) > 0$ لكل x من \mathbb{R} 0.25

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm)$

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (نذكر أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x = 0$) 1

2) بين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعاً على \mathbb{R} 0.75

3) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتج أن (C) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأرتيب 0.75

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ (مقارب للمنحنى (C)) بجوار $-\infty$ 0.5

ج - حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم 0.5

(Δ) على المجال $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$ و فوق المستقيم (Δ) على المجال $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right]$

4) أ - بين أن $y = x$ هي معادلة لمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة O 0.25

ب - بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) 0.25

5) أثنى المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 0.75

6) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$ 1

ب - بين أن مساحة خيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C) 0.5

والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \frac{1}{2}$ هي $(6 - 2e) cm^2$