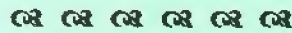


RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2019	Session principale	
	Épreuve : Mathématiques	Section : Sciences Techniques
	⌚ Durée : 3h	Coefficient de l'épreuve: 3



Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

I) Soit Ω un univers fini, $\mathcal{P}(\Omega)$ l'ensemble des parties de Ω et p une probabilité sur $\mathcal{P}(\Omega)$.

Soit A et B deux évènements.

On considère l'arbre de probabilité ci-contre:

1) Dans cet arbre, le réel 0,4 désigne :

- a) $p(B)$ b) $p(B \setminus A)$ c) $p(B \cap A)$

2) $p(\bar{B})$ est égale à :

- a) 0,9 b) 0,18 c) 0,36

II) 1) Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_n = ne^{-n+1}$.

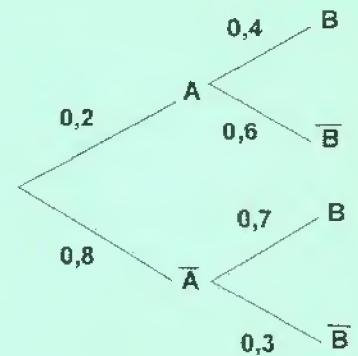
$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ est égale à :

- a) 0 b) $+\infty$ c) e

2) Soit x est un réel et (v_n) la suite définie sur \mathbb{N}^* par $v_n = \left(\frac{-x}{2}\right)^n$.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ si :

- a) $x > 2$ b) $-2 < x < 2$ c) $x < -2$



Exercice 2 (5 points)

1) Soit, dans \mathbb{C} , l'équation (E): $z^2 - (1+i\sqrt{3})(1-i)z + 2\sqrt{3} = 0$.

a) Vérifier que $(1-i)$ est une solution de l'équation (E).

b) Dédire l'autre solution de l'équation (E).

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les

points A , B et C d'affixes respectives $z_A = 1-i$, $z_B = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$ et $z_C = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$.

- a) Donner la forme exponentielle de chacun des nombres complexes z_A et $(1 + i\sqrt{3})$.
- b) Vérifier que $z_B = (i\sqrt{3})z_A$.
- c) Dédire que $z_A + z_B = z_C$.
- d) Montrer que le quadrilatère OACB est un rectangle.
- e) Dans la **figure 1** de l'annexe on a placé le point B. Placer le point A et construire le point C.
- 3) Soit I le centre du rectangle OACB et G le centre de gravité du triangle OAI.
- a) Montrer que $z_G = \frac{1}{3}(z_I + z_A)$.
- b) Montrer que $z_G = \frac{\sqrt{3}}{6}(\sqrt{3} + i)z_A$.
- c) Dédire la forme exponentielle de z_G .

Exercice 3 (5 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$A(2, -2, 2)$, $B(2, 0, 0)$ et $C\left(\frac{6}{5}, 0, \frac{2}{5}\right)$.

- 1) a) Montrer que ABC est un triangle rectangle en C.
- b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x + 2y + 2z - 2 = 0$
- 2) Soit Δ la droite perpendiculaire au plan (ABC) en A.
- a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite Δ .
- b) On considère le plan P dont une équation cartésienne est : $4x + 8y - z - 8 = 0$.
- Montrer que la droite Δ coupe le plan P au point $I(3, 0, 4)$.
- c) Soit S la sphère tangente au plan (ABC) en A et dont le centre appartient au plan P.
- Montrer que la sphère S a pour centre le point I puis calculer son rayon R.
- 3) a) Montrer que le triangle CIB est rectangle en C.
- b) Soit J le milieu du segment [IB].
- Montrer que les points I, B, A et C appartiennent à la sphère S' de centre J et de rayon $\frac{IB}{2}$.
- c) Montrer que la sphère S' coupe le plan (ABC) suivant le cercle de diamètre [AB].

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-x+1} - e^{x-3}$. On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Dans la **figure 2** de l'annexe on a tracé la courbe (C') de la fonction f' , dérivé de f , qui admet une seule tangente horizontale celle au point de coordonnées $(2, -2e^{-1})$.

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter les résultats.
 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter les résultats.
- 2) a) Déterminer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
 b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
 c) Calculer $f(2)$ et déduire le signe de la fonction f sur \mathbb{R} .
- 3) a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f''(x) = f(x)$.
 b) Déduire que le point $I(2, 0)$ est un point d'inflexion de la courbe (C) .
 c) Montrer que la tangente T à la courbe (C) au point I a pour équation cartésienne $y = -2e^{-1}x + 4e^{-1}$ et vérifier que le point de coordonnée $(3, -2e^{-1})$ est un point de T .
- 4) a) Montrer que la courbe (C) est au dessus de la courbe (C')
 b) Tracer la droite T et la courbe (C) .
- 5) Soit λ un réel strictement positif. On désigne par A_λ l'aire, en u.a, de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$.
 a) Calculer A_λ .
 b) Déterminer alors $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A_\lambda$.

Section : N° d'inscription : Série :
 Nom et Prénom :
 Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants

.....

.....

✂

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques - Session principale (2019)
Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

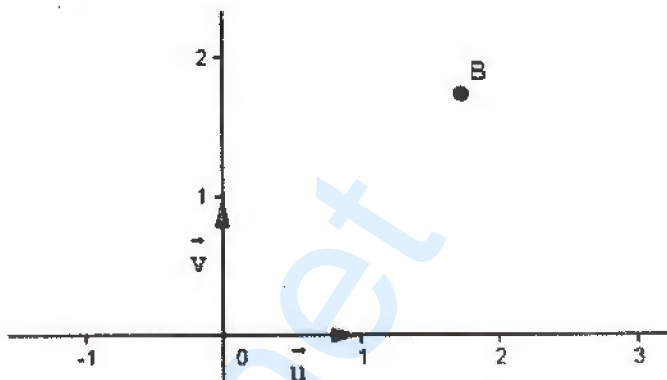


Figure 2

