Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun
Collège Monseigneur François Xavier Vogt

Edited by T.N.AWONO MESSI

Examen : Baccalauréat Blanc
Session : Mai 2019
Série : C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4h Coefficient : 5

EXERCICE 1 : 7,5 points

Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. On considère la transformation ψ du plan qui au point $M\left(x,y\right)$ associe le point $M'\left(x';y'\right)$ tel que : $\begin{cases} x'=\frac{1}{13}\left(-5x+12y-24\right) \\ y'=\frac{1}{13}\left(12x+5y+16\right) \end{cases}$.

On considère la droite $\left(\Delta\right): 2x-3y+2=0$ et les courbes suivantes : $\left(H\right): 9x^2-36x-4y^2=0$; $\left(E\right): 9x^2-36x+4y^2=0$ et $\left(T\right): 4y^2=\left|9x^2-36x\right|$.

I) **1.** Déterminer l'ensemble ($\mathscr{D}$) des points M du plan invariants par ψ. **0,5pt**

2. Soit M un point du plan n'appartenant pas à ($\mathscr{D}$).

(a) Montrer que la droite $\left(MM'\right)$ est perpendiculaire à ($\mathscr{D}$). **0,5pt**

(b) Montrer que le milieu K du segment $\left[MM'\right]$ appartient à ($\mathscr{D}$). **0,5pt**

3. En déduire la nature de la transformation ψ. **0,5pt**

4. Déterminer l'ensemble ($\mathscr{D}_1$) des points M du plan pour lesquels $\psi\left(M\right)$ est un point de l'axe des abscisses. **0,5pt**

5. Déterminer les points de ($\mathscr{D}_1$) dont les coordonnées sont des entiers. **0,5pt**

6. Déterminer l'ensemble ($\mathscr{D}_2$) des points $M\left(x;2\right)$ pour lesquels $\psi\left(M\right)$ a des coordonnées entières. **0,5pt**

7. Donner une équation de l'image de la droite $\left(\Delta\right)$ par ψ. **0,5pt**

II) **1.** Déterminer les équations réduites de $\left(H\right)$ et $\left(E\right)$. **0,5pt**

2. En déduire la nature de chacune de ces courbes $\left(H\right)$ et $\left(E\right)$. **0,5pt**

3. Préciser pour chaque courbe $\left(H\right)$ et $\left(E\right)$, l'axe focal, les sommets, les asymptotes et l'excentricité. **1pt**

4. Montrer que $\left(T\right)$ est la réunion de deux coniques, puis tracer $\left(T\right)$. **1,5pt**

EXERCICE 2 : 5,5 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le plan ($\mathscr{P}$) d'équation cartésienne $2x-y-z-3=0$. S est la réflexion de plan ($\mathscr{P}$), la droite ($\mathscr{D}$) passant par le point $A\left(1;2;3\right)$ et de vecteur directeur $-2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. Dans l'ensemble $\mathscr{V}$ des vecteurs de l'espace, on considère l'endomorphisme φ défini par $\varphi\left(\vec{i}\right)=\varphi\left(\vec{k}\right)=\vec{i}-\vec{k}$ et $\varphi\left(\vec{j}\right)=\vec{j}$.

1. Démontrer que la droite ($\mathscr{D}$) et le plan ($\mathscr{P}$) sont perpendiculaires. **0,5pt**

2. Donner l'expression analytique de S. **1pt**

3. En déduire les coordonnées du point H, intersection de ($\mathscr{P}$) et ($\mathscr{D}$). **0,5pt**
4. Déterminer par son équation cartésienne l'ensemble (Γ) des points de l'espace tels que $\dfrac{MA}{MH}=\sqrt{3}$. **1pt**
5. Donner la nature de (Γ) et déterminer ses éléments caractéristiques. **0,75pt**
6. Déterminer le noyau $\ker\varphi$ et l'image $\operatorname{Im}\varphi$ de φ. ***On donnera une base de chacun.*** **1,25pt**
7. Montrer que tout vecteur de l'espace s'écrit de manière unique comme somme d'un vecteur de $\ker\varphi$ et d'un vecteur de $\operatorname{Im}\varphi$. **0,5pt**

EXERCICE 3 : 4 points

On dispose de deux urnes identiques U_1 et U_2 contenant des boules indiscernables au toucher. U_1 contient 3 boules blanches et n boules noires, n étant un entier naturel non nul. U_2 contient deux boules noires, une boule blanche et une boule rouge. Une épreuve consiste à tirer au hasard une boule de l'urne U_1, la mettre dans l'urne U_2, tirer ensuite au hasard une boule dans U_2. On note B_k l'événement « tirer une boule blanche dans l'urne U_k», N_k l'événement « tirer une boule noire dans l'urne U_k », avec $k\in\{1;2\}$ et R l'événement « tirer une boule rouge dans l'urne U_2 ».

1. Construire un arbre pondéré correspondant à cette épreuve. **0,75pt**
2. Déterminer la probabilité de l'événement N_2. **0,75pt**
3. Un joueur mise 500 F et effectue une épreuve. Si à la fin de l'épreuve le joueur tire une boule blanche dans l'urne U_2, le joueur reçoit 3000 F. Si la boule tirée dans l'urne U_2 est noire, le joueur ne reçoit rien et si elle est rouge, il reçoit 500 F. On désigne par X la variable aléatoire égale au gain du joueur.
   (a) Donner la loi de probabilité de X. **1pt**
   (b) Ce jeu est-il équitable ? Justifier. **0,75pt**
4. Dans cette question, $n=6$. Un joueur participe à plusieurs parties de ce jeu et on suppose que les épreuves sont indépendantes. Quel est le nombre minimal de parties pour que la probabilité de réaliser au moins une fois l'épreuve N_2 soit supérieure ou égale à $0,97$? **0,75pt**

EXERCICE 4 : 3 points

On considère sur $]0;+\infty[$ les équations différentielles $(E): xy'-(2x+1)y=8x^2$ et $(E'): y'-2y=8$.

1. Démontrer que si y est une solution sur $]0;+\infty[$ de (E), alors la fonction qui à x associe $\dfrac{y(x)}{x}$ est une solution sur $]0;+\infty[$ de (E'). **0,5pt**
2. Démontrer que si y est une solution sur $]0;+\infty[$ de (E'), alors la fonction qui à x associe $xy(x)$ est une solution sur $]0;+\infty[$ de (E). **0,5pt**
3. Déterminer une fonction affine f solution de (E'). **0,5pt**
4. Résoudre alors l'équation (E') et en déduire la résolution sur $]0;+\infty[$ de (E). **1pt**
5. Déterminer si elle existe la solution f sur $]0;+\infty[$ de (E) qui s'annule en $\ln 2$. **0,5pt**