

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (2,5 points)

On considère un dé cubique homogène dont les faces sont numérotées $0; 0; -1; 1; 1; 1$. On lance le dé deux fois de suite et on note par a le résultat du premier lancer et par b celui du deuxième lancer. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère la transformation f d'écriture complexe $z' = (a + ib)z + ib$.

1. Calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

(a) A : « f est une symétrie centrale ». **0,5pt**

(b) B : « f est une translation ». **0,5pt**

(c) C : « f est une similitude directe de rapport $\sqrt{2}$ ». **0,5pt**

(d) D : « f est une similitude directe de centre Ω d'affixe $\omega = -1$ ». **0,5pt**

2. Soit l'événement $E = D / C$. Montre que sa probabilité est égale à $0,75$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (4,5 points)

I) ABC est un triangle rectangle en A et (Δ) la médiatrice du segment $[AB]$.

Réponds par **VRAI** ou **FAUX** en justifiant la réponse.

1. $t_{BC} \circ S_{(\Delta)} = t_{AC} \circ S_{(AC)}$. **0,75pt**

2. $S_{(AB)} \circ h_{(A,2)} \circ S_{(AC)} = h_{(A,-2)}$. **0,75pt**

3. Si φ est une isométrie fixant les points A et B , alors $\varphi^{-1} \circ S_{\Delta} \circ \varphi$ est une symétrie glissée d'axe (Δ) . **0,75pt**

II) On considère dans \mathbb{Z}^2 l'équation $(E) : 5x - 3y = 17$.

1. Après avoir justifié que le couple $(4; 1)$ est solution particulière de (E) , résous (E) . **0,75pt**

2. Soit (x, y) une solution de (E) et m un entier relatif.

(a) Montre que si x est un diviseur de y , alors x est un diviseur de 17. **0,75pt**

(b) Trouve les valeurs de m pour lesquels le quotient $F = \frac{1+5m}{4+3m}$ est un entier relatif. **0,75pt**

EXERCICE 3 : (2 points)

Le plan orienté est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On pose $\vec{e}_1 = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$.

1. Démontre que $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est un repère orthonormé du plan. **0,5pt**

2. Une conique (Γ) dans le repère \mathcal{R} a pour équation $13X^2 + 7Y^2 + 6\sqrt{3}XY = 16$.

(a) Ecris une équation cartésienne réduite de cette conique dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . **1pt**

(b) Déduis-en sa nature et son excentricité. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[0; 2]$ par $f(x) = 2\sqrt{2x - x^2}$ et soit \mathcal{C} sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. (a) Montre que f est dérivable sur $I =]0; 2[$ et calcule $f'(x)$ pour tout $x \in I$. **0,75pt**
 (b) Dresse le tableau de variations de f , puis trace \mathcal{C} . **1,5pt**
 (c) On suppose que l'œuf d'un oiseau a la forme d'un solide de révolution obtenu par la rotation de la courbe \mathcal{C} autour de l'axe (O, \vec{i}) . Calcule le volume en $u.v$ de cet œuf. **0,5pt**
2. Soit \mathcal{C}' le symétrique de \mathcal{C} par rapport à la droite (O, \vec{i}) . On note $\Gamma = \mathcal{C} \cup \mathcal{C}'$.
 (a) Montre que Γ a pour équation $(x-1)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$. **0,5pt**
 (b) Donne la nature de Γ , son centre Ω , son excentricité e et ses foyers F et F' . **0,75pt**
 (c) Ecris une équation de la tangente (T) à Γ en son point $M_0(1, 5; y_0)$ où $y_0 > 0$. **0,5pt**
3. On désigne par F la fonction définie sur $J = [0; \pi]$ par $F(x) = \int_0^{1+\cos x} f(t) dt$.
 (a) Montre que F est dérivable sur J et que pour tout $x \in J$, $F'(x) = -2\sin^2 x$. **0,5pt**
 (b) Calcule $F(\pi)$ et déduis-en l'expression de $F(x)$ pour tout x de J . **0,5pt**
 (c) Déduis-en l'aire \mathcal{A} , en unité d'aire de l'intérieur de l'ellipse Γ . **0,5pt**

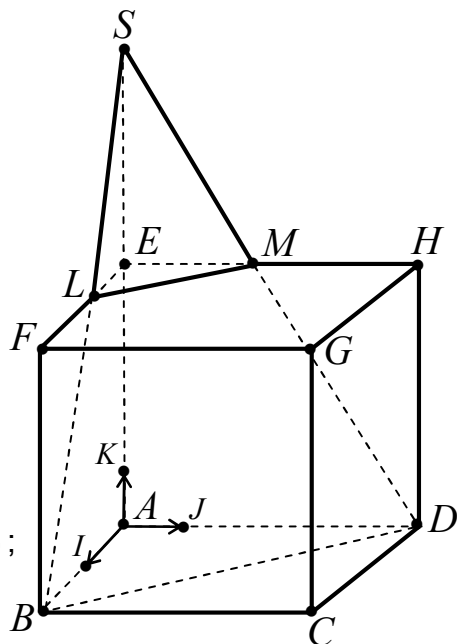
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

Un artiste souhaite réaliser une sculpture composée d'un tétraèdre posé sur un cube de $6m$ d'arête. Ces deux solides sont représentés par le cube $ABCDEFGH$ et par le tétraèdre $SELM$ comme l'indique la figure ci-contre.

On munit l'espace du repère orthonormé $(A, \vec{AI}, \vec{AJ}, \vec{AK})$ tel que : $I \in [AB], J \in [AD], K \in [AE]$ et $AI = AJ = AK = 1$, l'unité graphique représentant $1m$.

Les points L, M et S sont définis de la façon suivante :

- L est le point tel que $\vec{FL} = \frac{2}{3}\vec{FE}$;
- M est le point d'intersection du plan (BDL) et de la droite (EH) ;
- S est le point d'intersection des droites (BL) et (AK) .

**Tâches :**

1. Détermine une équation cartésienne du plan (BDL) . **1,5pt**
2. Détermine le volume du tétraèdre $SELM$. **1,5pt**
3. L'artiste souhaite que la mesure de l'angle \widehat{SLE} soit comprise entre 55° et 60° .
 Cette contrainte d'angle est-elle respectée ? **1,5pt**

Présentation :**0,5pt**