Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun
Collège Monseigneur François Xavier Vogt

Edited by T.N.AWONO MESSI

Examen : Baccalauréat Blanc
Session : Mai 2019
Séries : D & TI
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4h Coefficient : 4

EXERCICE 1 : 5 points

1. P est un polynôme à variable complexe z défini par : $P(z)=z^3+3iz-5+5i$.

(a) Vérifier que le nombre complexe $-1-i$ est une racine de P. **0,25pt**

(b) Déterminer les complexes a et b tels que : $P(z)=(z+1+i)(z^2+az+b)$. **0,5pt**

(c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$. **0,75pt**

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On donne trois points A, B et C d'affixes respectives $z_A=-1-i, z_B=2-i$ et $z_C=-1+2i$.

(a) Déterminer l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M d'affixes z tels que :

$|z-2+i|=|z+1-2i|$, puis vérifier que le point A appartient à $\mathscr{D}$. **0,75pt**

(b) Déterminer un argument du nombre complexe $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$, puis en déduire la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)$. **0,75pt**

(c) En déduire la nature exacte du triangle ABC. **0,25pt**

3. On considère la similitude directe S de centre B qui transforme A en C.

(a) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude S. **0,5pt**

(b) Donner l'écriture complexe de S. **0,5pt**

(c) $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer les caractéristiques de $\mathscr{C}'$ image de $\mathscr{C}$ par S. **0,75pt**

EXERCICE 2 : 5 points

A) Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : cinq vertes, trois rouges et deux jaunes. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. On considère les événements A : « les boules tirées sont vertes » ; B : « les boules tirées sont de la même couleur » ; C : « les boules tirées sont chacune de couleur différente ».

1. Calculer les probabilités $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$. **1,5pt**

2. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de couleurs obtenues après le tirage.

(a) Déterminer la loi de probabilité de X. **1pt**

(b) Calculer l'espérance mathématique de X. **0,5pt**

B) Une entreprise achète, utilise et vend des machines après un certain nombre x_i d'années. Après six années, l'évolution du prix de vente y_i d'une machine en fonction du nombre d'années d'utilisation se présente comme suit :

Nombre d'années x_i	1	2	3	4	5	6
Prix y_i en milliers de FCFA	150	125	90	75	50	45

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de y en x. **1,5pt**
2. En déduire une estimation du prix de vente d'une machine après 7 ans d'utilisation. **0,5pt**

PROBLEME : 10 points

PARTIE A : 3 points

Soit l'équation différentielle $(E): y' - 2y = xe^{x}$.

1. Déterminer les réels a et b pour que la fonction f définie par $f(x) = (ax+b)e^{x}$ soit solution de l'équation différentielle (E). **1pt**
2. Montrer qu'une fonction h est solution de l'équation (E) si et seulement si la fonction $h - f$ est solution de l'équation différentielle $(E'): y' - 2y = 0$. **0,5pt**
3. **(a)** Résoudre l'équation (E'). **0,5pt**
   (b) En déduire l'ensemble solution de l'équation (E). **0,5pt**
   (c) Déterminer la solution de l'équation (E) qui s'annule en 0. **0,5pt**

PARTIE B : 2,75 points

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^{x} - x - 2$.

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,5pt**
2. Etudier les variations de g et dresser son tableau des variations. **1pt**
3. **(a)** Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles dont l'une est 0 et l'autre, notée α, est telle que $-1,6 < \alpha < -1,5$. **0,75pt**
   (b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,5pt**

PARTIE C : 4,25 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^{x}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **0,75pt**
2. Etudier les variations de f et dresser son tableau des variations. ***(On pourra utiliser la partie B)*** **1pt**
3. Montrer que $f(\alpha) = -\dfrac{\alpha^{2} + 2\alpha}{4}$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$ en utilisant l'encadrement de α obtenu à la **partie B**. **1pt**
4. Représenter $\mathscr{C}_f$. **0,5pt**
5. Calculer en cm^{2}, l'aire du domaine délimité par $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. **1pt**