BREVET DES COLLEGES

Série générale

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Session de juin 2018

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

PROPOSITION DE CORRIGÉ

Exercice. 1 —

1. Avec la précision permise par la carte, on lit pour Pyeongchang :
Latitude : $130°E$ et **longitude :** $35°N$

2. On calcule le volume de la boule du trophée à partir des données de la figure et la formule donnée.

$$\mathcal{V}_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{23}{2}\right)^3 \simeq 6371 \text{ cm}^3$$

3. Il faut d'abord connaitre le volume total du trophée et pour cela calculer le volume du cylindre.

$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 23 \simeq 650\text{cm}^3$$

Ce qui nous donne :

$$\mathcal{V}_{\text{total}} = 6371 + 650 = 7021\text{cm}^3$$

Enfin on détermine combien pourcentage représente le volume de la boule par rapport à ce volume total :

$$\frac{6371 \times 100}{7021} \simeq 90,74\%$$

Marie a raison.

Exercice. 2 —

1. Ici on calcule la concentration moyenne à Grenoble à partir du relevé fourni.

$$\frac{32 + 39 + 52 + 57 + 78 + 63 + 60 + 82 + 82 + 89}{10} \simeq 63,4\mu g/m^3$$

C'est donc à Lyon qu'il y a eu la plus forte concentration moyenne en PM10.

2. L'étendue est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur d'une série.
Pour Lyon : $e = 107 - 22 = 85$.
Pour Grenoble : $e = 89 - 32 = 57$.
On peut dire que c'est à Lyon qu'il y a eu un plus grand écart de concentration moyenne en PM10.

3. On sait qu'au moins 50% des valeurs de la série sont supérieures à la médiane de cette série.
Donc cette affirmation est vraie car la médiane à Lyon est de $83,563,4\mu g/m^3$, ce qui nous informe qu'au moins pendant 5 jours la concentration a été supérieure au seuil d'alerte de $80\mu g/m^3$

Exercice. 3 —

1. Puisque les morceaux sont joués de manière aléatoire, on est dans une situation d'équiprobabilité.
La probabilité que Théo écoute du rap est de $\dfrac{125}{375} = \dfrac{1}{3}$.

2. $\dfrac{7}{15}$ est la proportion des morceaux de rock dans le lecteur de Théo. En multipliant cette proportion par le nombre de morceaux total on obtient le nombre de morceaux de rock.
$$\frac{7}{15} \times 375 = 175$$
Il y a 175 morceaux de rock dans le lecteur audio de Théo.

3. La probabilité qu'Alice écoute un morceau de rock est de $\dfrac{40}{100}$ et pour Théo cette probabilité est de $\dfrac{7}{15}$ d'après la question précédente. On compare alors ces deux probabilités
$$\frac{40}{100} < \frac{7}{15}$$
car $\dfrac{40}{100} = \dfrac{120}{300}$ et $\dfrac{7}{15} = \dfrac{140}{300}$.
Théo a donc le plus de chances d'écouter un morceau de rock.

Exercice. 4 —

1. BCD est un triangle rectangle en B et on sait que $BC = 7,5$ cm et $CD = 8,5$ cm. D'après le théorème de Pythagore
$$CD^2 = BC^2 + BD^2$$
$$8,5^2 = 7,5^2 + BD^2$$
$$BD^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 16$$
$$BD = \sqrt{16} = 4$$
Donc $BD = 4$ cm

2. Pour montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables, on démontre que les rapp ort des longueurs deux à deux sont égaux et en effet,

$$\frac{3,2}{4} = \frac{6}{7,5} = \frac{6,8}{8} = 0,8$$

Les deux triangles sont semblables.

3. Si les triangles CBD et BFE sont semblables alors leurs angles sont deux à deux égaux, ainsi $\widehat{CBD} = \widehat{BFE} = 90°$. Sophie a raison.
(On peut aussi vérifier par la réciproque du théorème de Pythagore : $6,8^2 = 6^2 + 3,2^2$ donc le triangle est rectangle).

4. Dans le triangle BCD :

$$\cos(\widehat{BCD}) = \frac{BC}{CD} = \frac{7,5}{8,5}$$

donc $\widehat{BCD} = \cos^{-1}\left(\frac{7,5}{8,5}\right) \simeq 28,07°$. Ainsi $\widehat{ACD} = 61 + 28,07 \neq 90°$

Exercice. 5 —

1. On applique le programme de calcul à -1 :

$$(-1)\times = -4$$
$$-4 + 8 = 4$$
$$4 \times 2 = 8$$

Ce programme donne 8 comme résultat final.

2. On remonte le programme de calcul avec 30 comme résultat final.

$$30 \div 2 = 15$$
$$15 - 8 = 7$$
$$7 \div 4 = 1,75$$

Le nombre choisi au départ pour obtenir 30 est $1,75$

3. On développe chacune des expression données

$$A = 2(4x + 8) = 2 \times 4x + 2 \times 8 = 8x + 16$$

$$B = (4 + x)^2 - x^2 = 16 + 8x + x^2 - x^2 = 16 + 8x$$

Les deux expressions sont égales pour toutes les valeurs de x car elles ont la même forme développée.

4. L'affirmation 1 est fausse, on peut donner un contre exemple si on choisit -3 comme nombre de départ on obtient -8 comme résultat final.
L'affirmation 2 est vraie, on peut factoriser l'expression A

$$A = 8x + 16 = 8 \times x + 8 \times 2 = 8 \times (x + 2)$$

Si x est un nombre entier, alors $x + 2$ également et à s'écrit comme le produit de 8 par un nombre entier. Le résultat est donc un multiple de 8.

Exercice. 6 —

1. (a) On obtient 300 pixels de côté, donc $\dfrac{300}{50} = 6\text{cm}$ de côté.
   (b) Après l'exécution de la ligne 8, on est à $(50; 0)$ car la longueur a été divisé par 6.

2. Par la symétrie on déduit qu'on doit choisir la longueur $300 - 2 \times \dfrac{300}{6}$ donc on complète la ligne par :
mettre Longueur à 200

3. (a) Il s'agit ici d'une homothétie, calculons son rapport en effectuant le quotient de la longueur du côté du carré : $\dfrac{200}{300} = \dfrac{2}{3}$. Le rapport de réduction est donc de $\dfrac{2}{3}$
   (b) Toutes les longueurs du premier carré son multiplié par $\dfrac{2}{3}$ donc l'aire est multiplié par $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$.
   Le rapport des deux aires est de $\dfrac{4}{9}$

Exercice. 7 —

1. Le temps et la vitesse de rotation du hand spinner ne sont pas proportionnels car la représentation graphique de la vitesse en fonction du temps n'est pas une droite qui passe par l'origine du repère.

2. (a) Le point de coordonnées $(0; 20)$ est sur la droite donc la vitesse de rotation initiale du hand spinner est de 20 tours par seconde.

(b) On cherche l'ordonnée du point d'abscisse 80 sur la droite. Graphiquement on trouve qu'au bout d'1 min et 20 secondes, la vitesse de rotation du hand spinner est de 3 tours par seconde.

(c) On regarde le point de la droite qui coupe l'axe des abscisses, la vitesse sera alors nulle.
Au bout de 93 secondes environ, la vitesse du hand spinner est de zéro, il s'arrête.

3. (a) On calcule $V(30)$:

$$V(30 = -0,214 \times 30 + 20 =$$

Au bout de 30 secondes, la vitesse de rotation est d'environ 13 tours seconde.

(b) Si le hand spinner s'arrête alors la vitesse est nulle, on doit résoudre l'équation $V(t) = 0$

$$\begin{aligned} -0,214t + 20 &= 0 \\ -0,214t &= -20 \\ t = \frac{-20}{-0,214} &= 93 \end{aligned}$$

Donc au bout de 93 sec, le hand spinner s'arrête.

(c) On peut tester en doublant la vitesse initiale à 40 tours seconde et résoudre une équation similaire pour voir si temps avant arrêt a doublé.

$$\begin{aligned} -0,214t + 40 &= 0 \\ t = \frac{-40}{-0,214} &= 186 = 93 \times 2 \end{aligned}$$

Donc on peut dire que de manière générale si la vitesse initiale double alors le temps avant l'arrêt double également.