Corrigé du brevet des collèges Asie 21 juin 2021

Durée : 2 heures

Exercice 1 **24 points**

1. $126 = 120+6 = 6\times 20+6\times 1 = 6\times(20+1) = 6\times 21$: 126 est donc un multiple de 6 ou 6 divise 126. **Réponse C**
2. On a :
   - $f(2) = 2^2-2 = 2$;
   - $f(-2) = (-2)^2-2 = 4- = 2$;
   - $f(0) = 0^2-2 = -2$. **Réponse C.**
3. le tableur a calculé : $-5\times(-4)^2+2\times(-4)-14 = -80-8-14 = -102$, donc $-5\times(-3)^2+2\times(-3)-14 = -45-6-14 = -65$. **Réponse A**
4. $x^2 = 16$ ou $x^2-16 = 0$ ou $x^2-4^2 = 0$ ou $(x+4)(x-4) = 0$. Ce produit est nul si l'un des facteurs est nul, soit $\left\{\begin{array}{rcl} x+4 & = & 0 \\ & \text{ou} & \\ x-4 & = & 0 \end{array}\right.$ Les deux solutions sont donc -4 et 4. **Réponse B**
5. $2\times 2^{400} = 2^1\times 2^{400} = 2^{1+400} = 2^{401}$.**Réponse A**
6. Si le poste a une longueur L et une hauteur h, un ration de 16 : 9 signifie que $\dfrac{L}{h} = \dfrac{16}{9}$.

   Si le poste a une hauteur de 54 (cm), on a donc $\dfrac{L}{54} = \dfrac{16}{9}$ d'où en multipliant par 54 :

   $L = \dfrac{16\times 54}{9} = \dfrac{16\times 9\times 6}{9} = 16\times 6 = 96$ (cm). **Réponse B**

Exercice 2 **21 points**

1. La diagonale [AC] partage le carré ABCD en deux triangles rectangles isocèles.
   Dans le triangle ABC rectangle et isocèle en B, le théorème de Pythagore s'écrit :
   $AB^2+BC^2 = AC^2$, soit $1^2+1^2 = AC^2$.
   Donc $AC^2 = 2$ et $AC = \sqrt{2} \approx 1,414$ (cm).
2. On choisit un carré de cette suite de carrés.
   Aucune justification n'est demandée pour les questions 2. a. et 2. b.
   a. La suite des carrés est obtenue en doublant les longueurs : le coefficient d'agrandissement des longueurs qui permet de passer de ce carré au carré suivant est donc 2.
   b. Tous ces carrés ont A pour l'un de leurs sommets : la transformation permettant de passer d'un carré au suivant est donc l'homothétie de centre A et de rapport 2.
   c. On a par doublement des longueurs :
   $AF = 2\times AC = 2\sqrt{2}$;
   $AI = 2\times AF = 2\times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$, donc AI = 4AC et non pas 3AC : l'affirmation est fausse.
3. $\widehat{AJB}$ au degré près. Le triangle AJB est rectangle en A. Pour l'angle $\widehat{AJB}$ on connait les longueurs du côté opposé et du côté adjacent ; on peut calculer sa tangente :
   $\tan\widehat{AJB} = \dfrac{AB}{AJ} = \dfrac{1}{4} = 0,25$.
   La calculatrice donne avec la fonction inverse de la tangente $\widehat{AJB} \approx 14,04$ soit 14° au degré près.
   $\widehat{AJB} \approx 14(°)$.

Exercice 3 **21 points**

1. Comme $18 > 15$, l'algorithme calcule $100 - 4 \times 18 = 100 - 72 = 28$.
2. Comme $14 > 5$ est faux l'algorithme calcule $2 \times (14 + 10) = 2 \times 24 = 48$.
3. ✦ Si $N > 15$ on a donc $100 - 4N = 32$ ou $100 - 32 = 4N$ soit $68 = 4N$ ou $4 \times 17 = 4 \times N$, donc en simplifiant par 4 : $N = 17$ (qui est bien supérieur à 15).
   ✦ Si $N < 15$ on a donc $2(N + 10) = 32$ ou $2(N + 10) = 2 \times 16$ et en simplifiant par 2 : $N + 10 = 16$ et enfin $N = 6$ (qui est bien inférieur à 15).
   Les deux nombres introduits dans l'algorithme et rendant le nombre 32 sont 6 et 17.
4. **a.** ligne 3 : si réponse > 15 alors
   b. ligne 6 : dire 2 ∗(réponse + 10) pendant 2 secondes
5. ✦ 11 donne $2 \times (11 + 10) = 2 \times 21 = 42$ qui n'est pas multiple de 4.
   ✦ 13 donne $2 \times (13 + 10) = 2 \times 23 = 46$ qui n'est pas multiple de 4.
   ✦ 17 donne $100 - 4 \times 17 = 100 - 68 = 32$ qui est multiple de 4.
   ✦ 19 donne $100 - 4 \times 19 = 100 - 76 = 24$ qui est multiple de 4.
   ✦ 23 donne $100 - 4 \times 23 = 100 - 92 = 8$ qui est multiple de 4.
   Il y a donc 3 nombres premiers sur 5 qui donnent un résultat multiple de 4 : la probabilité demandée est donc : $\dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10} = 0,6 = \dfrac{60}{100} = 60\,\%$.

Exercice 4 **16 points**

1. Chloé a parcouru 1 km en 6 minutes soit 10×1 km en 10×6 min ou encore 10 km en 1 h.
   Sa vitesse est le quotient de la distance parcourue par le temps mis. Donc :
   $v_{\text{Chloé}} = \text{VMA} = \dfrac{10}{1} = 10$ (km/h)
2. **a.** L'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est $13,5 - 9 = 4,5$.
   L'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est $15 - 11 = 4$. Donc **Affirmation 1** exacte.
   b. 5 filles et 2 garçons ont une vitesse inférieure à 11,5 (km/h) et 1 fille une vitesse égale à 11,5 (km/h), donc 8 élèves sur 24 ont une vitesse inférieure ou égale à 11,5 (km/h).
   Or $\dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3} \approx 0,333$ ou encore 33,3 %. Donc **Affirmation 2** vraie.
   c. Lisa a une vitesse de 12,5 (km/h). Or Claire, Inès, Lou, Alexandra, Thomas, José, Jules, Youssef, Ilan, Abdel, Nicolas et Léo soit 12 élèves ont une vitesse supérieure. Lisa avec sa 13^{e} vitesse ne sera pas sélectionnée : **Affirmation 3** fausse.

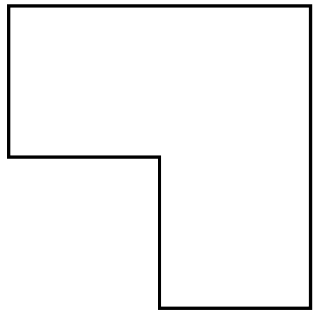
Exercice 5 **16 points**

Première partie

Dans la troisième couche verticale la plus profonde il manque 3 cubes.
Dans la deuxième couche verticale il manque 6 cubes.
Dans la première couche verticale il manque 9 cubes. Il manque donc en tout $3 + 6 + 9 = 18$ cubes.

Deuxième partie

1.



2. **a.** Il y aura en tout $3+4+4+4+ +4+4+4 = 27$ cubes unités.
Comme chaque cube a un volume de $1^3 = 1\ \left(\text{dm}^3\right)$, le volume du grand cube est $27 \times 1 = 27\ \left(\text{dm}^3\right)$.

b. On remarque que $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$.
On sait que le volume d'un cube d'arête a est $V = a^3$, donc l'arête du grand cube est 3 dm.