

Durée : 2 heures

◌ Corrigé du diplôme national du brevet Centres Étrangers ◌
 15 juin 2021

EXERCICE 1**24 points**

1.

$$\begin{array}{r|l} 360 & 9 \\ 40 & 8 \\ 5 & 5 \end{array}$$

$$\text{Donc } 360 = 9 \times 8 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5.$$

2. a. Le point B a pour image B et le point J appartient (BD), il est aussi égal à son image.
Enfin l'image de E est le point F
Donc l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) est le triangle BJE.
- b. La translation qui transforme le point E en B transforme A en E, M en F et H en M.
Donc le triangle AMH a pour image EFM.
- c. Le triangle AMD contient 4 triangles identiques au triangle initial BEJ; l'aire étant le quadruple de celle du triangle initial ses dimensions sont le double de celle de AIH.
Le point A étant commun aux deux triangles le triangle AMD est l'image du triangle AIH par l'homothétie de centre A et de rapport 2.
3. $\frac{7}{2} + \frac{15}{6} \times \frac{7}{25} = \frac{7}{2} + \frac{15 \times 7}{6 \times 25} = \frac{7}{2} + \frac{5 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{7}{2} + \frac{7}{10} = \frac{35}{10} + \frac{7}{10} = \frac{42}{10} = \frac{2 \times 21}{2 \times 5} = \frac{21}{5}$
4. Une boule de rayon R a un volume de $V = \frac{4}{3} \times \pi R^3$.
Donc le volume de la Lune est environ :
 $V_{\text{Lune}} \approx \frac{4}{3} \times \pi \times 1737^3 \approx 2,195 \times 10^{10}$; donc réponse D : $2,2 \times 10^{10}$.
5. Pour les angles, on peut utiliser le cosinus, le sinus ou la tangente.
Avec le cosinus : $\cos \widehat{STR} = \frac{ST}{RT} = \frac{24}{26} = \frac{12}{13}$.
La calculatrice donne $\widehat{STR} \approx 22,6$, soit 23° au degré près.
L'angle complémentaire \widehat{SRT} mesure donc 67° au degré près.
Voir le tableau à la fin.

EXERCICE 2**21 points****Partie 1**

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

- Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- La probabilité d'obtenir le 2 (comme les autres nombres) est $\frac{1}{6}$.
- Il y a 3 nombres impairs (ou pairs). la probabilité est donc égale à $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des nombres correspondants aux issues de chaque dé.

- La plus grande somme possible étant 12, l'évènement est impossible de probabilité nulle.
- Voir à la fin
 - Les scores possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, soit 11 scores différents possibles
- Il y a $6 \times 6 = 36$ issues possibles.

$$\text{On a } 10 = 4 + 6 = 5 + 5 = 6 + 4 : 3 \text{ issues, donc } p(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}.$$

- b. On a $p(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.
- c. Il y a 15 scores premiers et 15 scores supérieurs à 7.

EXERCICE 3

16 points

1.
 - a. On obtient successivement : $1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \rightarrow 3 \times 2 = 6 \rightarrow 6 - 3 = 3$.
 - b. On obtient successivement : $2 \rightarrow 2 + 3 = 5 \rightarrow 2 - 5 = -3 \rightarrow 5 \times -3 = -15$.
2. Soit x le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du programme C? On obtient successivement : $x \rightarrow x \times 7 \rightarrow 7x + 3 \rightarrow 7x + 3 - x = 6x + 3$.
3. On vient de voir que le programme C donne $6x + 3 \neq 3x$;
 Le programme A donne à partir de x : $x \rightarrow 1 + x \rightarrow 3(1 + x) = 3 + 3x \rightarrow 3 + 3x - 3 = 3x$: on obtient bien le triple.
 Le programme B donne à partir de x : $x \rightarrow x + 3 \rightarrow x - 5 \rightarrow (x + 3)(x - 5) = x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2 - 2x - 15 \neq 3x$.
 L'élève a raison.
4.
 - a. U produit de deux facteurs est nul si l'un des facteurs est nul, donc :
 $(x + 3)(x - 5) = 0$ si $\begin{cases} x + 3 = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases}$ ou encore $\begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$
 L'ensemble des solutions est $S = \{-3 ; 5\}$.
 - b. On a vu que le programme B donne à partir de x le produit $(x + 3)(x - 5)$ ry on a vu dans la question précédente que -3 et 5 annulaient ce produit.
 Donc le programme B donne à partir de -3 et à partir de 5 le nombre 0.
5. Il faut trouver x tel que $6x + 3 = 3x$ soit en ajoutant à chaque membre $-3x$: $3x + 3 = 0$ ou $3x = -3$, soit $3 \times x = 3 \times (-1)$ et finalement $x = -1$
 Le nombre -1 donne par A ou C le même résultat -3 .

EXERCICE 4

19 points

1. On a $CE = 393 - 251 = 142$ (m).
2.
 - a. Les droites (DB) et (EC) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) sont parallèles.
 - b. A, D, E sont alignés dans cet ordre,
 A, B et C sont alignés dans cet ordre,
 et les droites (DB) et (EC) sont parallèles : on est donc une situation où l'on peut appliquer le théorème de Thalès, soit :
 $\frac{BD}{EC} = \frac{AD}{AE}$,
 soit $\frac{11,25}{142} = \frac{51,25}{AE}$;
 on en déduit $11,25AE = 142 \times 51,25$ puis $AE = \frac{142 \times 51,25}{11,25} \approx 646,8$.
 Donc $DE = AE - AD \approx 646,8 - 51,25 \approx 595,6$ soit 596 (m) au mètre près.
3. Aurélie parcourt donc 8 000 m en 60 minutes ou 800 m en 6 min ou 400 m en 3 minutes.
 Elle mettra donc pour parcourir 596 (m) un temps t tel que $\frac{3}{400} = \frac{t}{596}$, soit en multipliant chaque membre par 596 :
 $t = \frac{3 \times 596}{400} = 4,47$ (min), donc $t \approx 4$ (m) : elle arrivera donc à 9 h 59 min à la minute près.
4. On a par définition dans le triangle rectangle ABD : $\sin \widehat{CAE} = \frac{BD}{AD} = \frac{11,25}{51,25}$. La calculatrice donne $\widehat{CAE} \approx 12,68^\circ$.
 Dans le triangle ABC on a $\tan \widehat{CAE} = \frac{CE}{AC}$ d'où $AC = \frac{CE}{\tan \widehat{CAE}} \approx \frac{142}{0,225} \approx 631,1$ (m).
 Finalement la pente est $\approx \frac{142}{631,1} \approx 0,225$, donc $\frac{22,5}{100} = 22,5\%$.

EXERCICE 5

20 points

1. Voir à la fin.

2. $f(x) = 90 + 18,5x$ $g(x) = 448,5$ $h(x) = 36,5x$

a. Seule la fonction h représente une situation de proportionnalité.

b. Formule A : fonction h ;

Formule B : fonction f ;

Formule C : fonction g .

c. Il faut donc résoudre l'équation : $h(x) = f(x)$, soit $36,5x = 90 + 18,5x$ d'où en ajoutant $-18,5x$ à chaque membre : $18x = 90$ ou $2 \times 9x = 9 \times 2 \times 5$ et en simplifiant par 2×9 ; $x = 5$.

On a effectivement : $h(5) = 182,5$ et $f(5) = 90 + 18,5 \times 5 = 90 + 92,5 = 182,5$.

On paiera avec les formules A et B, 182,50 €.

3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.

Sans justifier et à l'aide du graphique :

a. - (d_1) correspond à la fonction constante g définie par $g(x) = 448,5$;

- (d_2) correspond à la fonction linéaire h définie par $h(x) = 36,5x$;

- (d_3) correspond à la fonction f définie par $f(x) = 90 + 18,5x$.

b. Marin ne peut bien sûr pas se payer le forfait à 448,50 €.

Avec la formule A l'équation $36,5x = 320$ a pour solution $x = \frac{320}{36,5} \approx 8,8$: il peut donc skier 8 jours.

Avec la formule B l'équation $90 + 18,5x = 320$ peut s'écrire $18,5x = 230$ qui a pour solution $x = \frac{230}{18,5} \approx 12,4$, soit 12 journées de ski, soit le nombre maximal de journées de ski qu'il peut se payer (il paiera en fait $90 + 18,5 \times 12 = 312$ €).

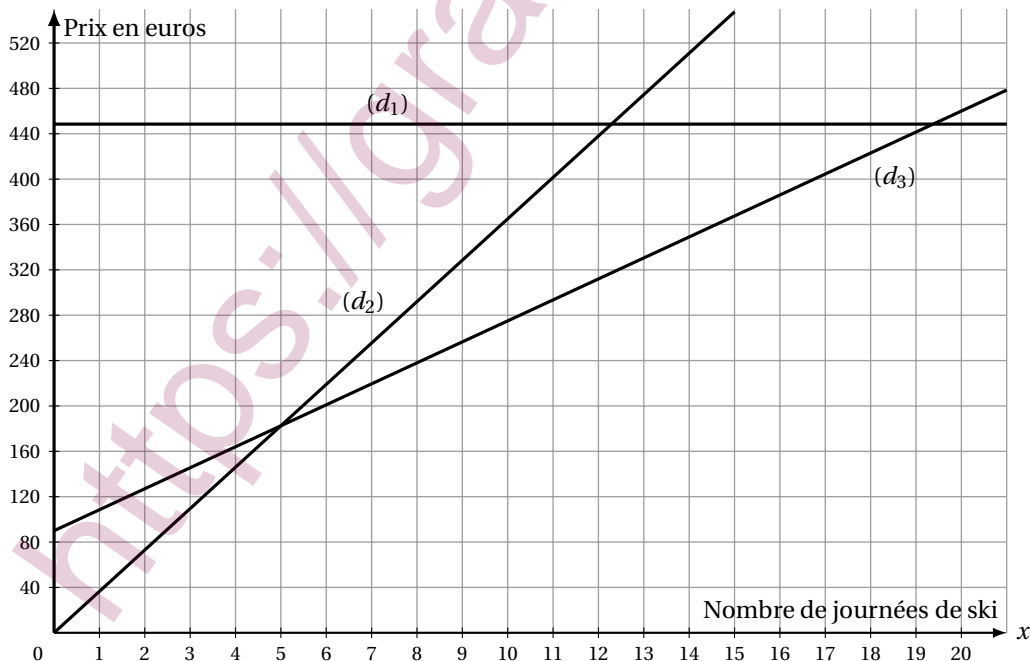
c. La formule A est la plus onéreuse. Il faut donc comparer les formules B et C. Or :

$448,5 < 90 + 18,5x$ peut s'écrire $358,5 < 18,5x$ ou encore $\frac{358,5}{18,5} < x$.

Or $\frac{358,5}{18,5} \approx 19,4$, donc le plus petit entier naturel qui vérifie l'inéquation est 20.

Le forfait est intéressant à partir de 20 journées de ski dans l'année.

Remarque : on pouvait aussi résoudre les deux dernières questions graphiquement.



ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1, question 5 :

| Longueurs | Angles | Périmètre du triangle RST | Aire du triangle RST |
|------------|----------------------------------|--|--|
| RS = 10 mm | $\widehat{RST} = 90^\circ$ | $\mathcal{P} = 10 + 24 + 26 = 60 \text{ (mm)}$ | $\mathcal{A} = \frac{10 \times 24}{2} = 120 \text{ (mm}^2\text{)}$ |
| ST = 24 mm | $\widehat{STR} \approx 23^\circ$ | | |
| RT = 26 mm | $\widehat{SRT} \approx 67^\circ$ | | |

Exercice 2, Partie 2, question 2. a.

| | | | | | | | |
|----------|---------|---|---|---|----|----|----|
| | Dé vert | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Dé rouge | | | | | | | |
| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Exercice 5, question 1.

| | | | |
|---------------------------|----------|----------|----------|
| Nombre de journées de ski | 2 | 6 | 10 |
| Formule A | 73 € | 219 € | 365 € |
| Formule B | 127 € | 201 € | 275 € |
| Formule C | 448,50 € | 448,50 € | 448,50 € |