Durée : 2 heures

Corrigé du diplôme national du Brevet Amérique du Nord 3 juin 2021

Exercice 1 — 26 points

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$

   Affirmation nº 1 : « L'image par f du nombre -1 est 2 ».

   On a $f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$: affirmation fausse.

2. On considère l'expression $E = (x-5)(x+1)$.

   Affirmation nº 2 : « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$ ».

   $E = x^2 + x - 5x - 5 = x^2 - 4x - 5$: affirmation vraie.

3. n est un nombre entier positif.

   Affirmation nº 3 : « lorsque n est égal à 5, le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier ».

   $2^5 + 1 = 32 + 1 = 33$; or 33 est un multiple de 3 donc n'est pas premier : affirmation fausse.

4. On a lancé 15 fois un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

   Affirmation nº 4 : « la fréquence d'apparition du 6 est 0 ».

   On sait que la somme des fréquences est égale à 1 ; donc si f_6 est la fréquence d'apparition du 6, on a :

   $\dfrac{3}{15} + \dfrac{4}{15} + \dfrac{5}{15} + \dfrac{2}{15} + \dfrac{1}{15} + f_6 = 1$, ou $\dfrac{15}{15} + f_6 = 1$, donc $f_6 = 0$: affirmation vraie.

   On considére un triangle RAS rectangle en S.

5. Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{ARS}$ mesure 26°.

   Affirmation nº 5 : le segment [RS] mesure environ 164 cm.

   Dans le triangle RAS rectangle en S,

   On connaît la mesure de [AS] qui est le côté opposé à l'angle $\widehat{ARS}$;

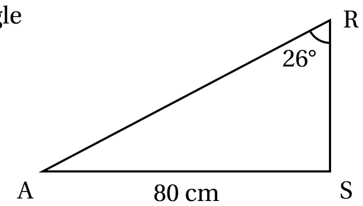
   On cherche la mesure de [RS] qui est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ARS}$.

   On peut donc utiliser la tangente de l'angle $\widehat{ARS}$.

   $\tan(\widehat{ARS}) = \dfrac{AS}{RS}$

   Ainsi $\tan(26) = \dfrac{80}{RS}$ soit $\dfrac{\tan(26)}{1} = \dfrac{80}{RS}$

   Donc $RS = \dfrac{80 \times 1}{\tan(26)} \approx 164{,}024$ (cm). : affirmation vraie.

6. Un rectangle ABCD a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

   Affirmation nº 6 : les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm.

   Le demi-rectangle ABD est un triangle rectangle en A dont les côtés de l'angle droit mesurent 160 cm et 95 cm. Dans ce triangle ABD rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

   $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 160^2 + 95^2 = 25\,600 + 9\,025 = 34\,625$

   BD étant une distance, sa valeur est positive,d'où

   $BD = \sqrt{34\,625} \approx 186{,}08$ (cm), donc $BD \neq 186$: affirmation fausse.

Exercice 2 **21 points**

1. D'après lecture graphique, l'athlète a fait l'épreuve de natation en 14 min, cela correspond au début de son premier changement d'équipement.

2. Si c est la longueur de son parcours en vélo, alors on a :

   Attention pour effectuer votre calcul, toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité de mesure.

   $0,400 + c + 2,5 = 12,9$ soit $c + 2,9 = 12,9$, d'où $c = 10$ km.

   Ainsi, la longueur du parcours de l'épreuve de cyclisme est 10 km.

3. L'épreuve de course à pied s'est passée de la 44$^{\text{e}}$ à la 56$^{\text{e}}$ minute; elle a donc couru pendant 12 minutes.

   En effet : $56 - 44 = 12$

4. — D'après la **représentation graphique**, on constate que la pente qui correspond à l'épreuve de natation est celle qui est la moins « inclinée ». C'est à dire que sur la partie 1 la distance parcourue en fonction du temps est « faible » par rapport aux autres épreuves.

   C'est donc en natation que l'athlète a été la moins rapide.

   — D'après les **calculs**

   • Vitesse en natation : 400 m en 14 min
   $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{400}{14}$ (m/min) ou $v = \dfrac{0,4}{14 \div 60}$ (km/h) $\approx 1,7$ (km/h).

   • Vitesse en vélo : 10 km en 27 min
   $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{10}{27}$ (km/min) ou $v = \dfrac{10}{27 \div 60} \approx 22,2$ (km/h)
   soit $\dfrac{10}{27} \times 60 \approx 22,2$ km/h;

   • Vitesse à pied : 2,5 km en 12 min
   $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{2,5}{12}$ (m/min) ou $v = \dfrac{2,5}{12 \div 60}$ (km/h) $\approx 12,5$ (km/h).
   soit $\dfrac{2,5}{12} \times 60 = 12,5$ (km/h).

   On a donc :

   $1,7 < 12,5 < 22,2$

   Ainsi, parmi les trois épreuves c'est en natation que l'athlète a été la moins rapide.

5. Elle a parcouru 12,9 km en 57 minutes,
   $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{12,9}{57}$ (km/min) ou $v = \dfrac{12,9}{57 \div 60}$ (km/h) $\approx 13,58$ (km/h).
   soit $\dfrac{12,9}{57} \times 60 \approx 13,58$ (km/h)
   Or $13,58 < 14$

   On en conclut que la vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon n'est pas supérieure à 14 km/h.

Exercice 3 **16 points**

1. Les carrés 8 et 2, les carrés 6 et 4, les carrés 7 et 3 sont symétriques par rapport à l'axe (DB).
2. Les carrés 8 et 3 ne sont pas symétriques par rapport au point O. On peut remarquer que leurs centres ne sont pas alignés avec O.
3. L'image du carré 8 par la rotation de centre O et d'angle 45° est le carré 1.
4. La rotation est la rotation de centre O et d'angle 135°. E donne H et F donne I, donc l'image du segment [EF] est le segment [HI].

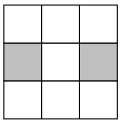
Exercice 4 **16 points**

1. Le motif obtenu avec la suite d'instructions A B est :

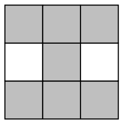
2. Les propositions 2 et 4 permettent d'obtenir le motif demandé.

Proposition 2 : C A

En appliquant l'instruction C on obtient :

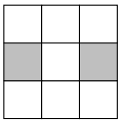


Puis en inversant les couleurs avec l'instruction A, on obtient :

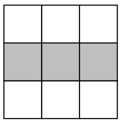


Proposition 4 : C A E A

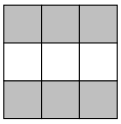
En appliquant l'instruction C on obtient :



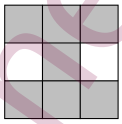
Puis en appliquant l'instruction A on obtient :



L'instruction E inverse les couleurs on obtient donc :

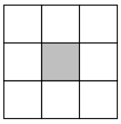


L'instruction A va changer la couleur de la case centrale :

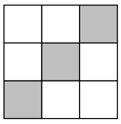


3. La suite A B E permet d'obtenir la diagonale montante blanche.

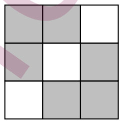
En appliquant l'instruction A, on obtient :



Puis, en appliquant l'instruction B, on obtient :



En inversant les couleurs avec l'instruction A on a :



Exercice 5 **21 points**

1. Pour trouver l'aire de la surface à recouvrir de papier peint, nous allons calculer :
   - Aire des deux faces avant et arrière : $2 \times 3,5 \times 2,5 = 17,5\ \left(\text{m}^2\right)$
   - Aire des deux faces sur les côtés : $2 \times 2,5 \times 2,5 = 12,5\ \left(\text{m}^2\right)$
   - Aire de la porte : $2,1 \times 0,8 = 1,68\ \left(\text{m}^2\right)$
   - Aire de la fenêtre : $1,6 \times 1,2 = 1,92\ \left(\text{m}^2\right)$

   Ainsi l'aire de la surface à recouvrir de papier peint :

   $17,5 + 12,5 - 1,68 - 1,92 = 26,4$

   Ainsi l'aire de la surface à recouvrir de papier peint est $26,4\ \left(\text{m}^2\right)$.

2. On paye 16,95 € pour 5,3 m^2 de papier peint.

   Pour avoir le prix au m^2, on va donc faire $\dfrac{16,95}{5,3} \approx 3,198$.

   Cela donne un prix d'environ 3,20 € (au centime près) pour un mètre carré de papier peint.

3. Il faut en principe $\dfrac{26,4}{5,3} \approx 4,98$ soit 5 rouleaux de papier peint (à l'unité près) pour la rénovation, et avec 1 rouleau de plus pour les pertes, il faudra donc acheter 6 rouleaux.

4. Prix du papier peint : $6 \times 16,95 = 101,70$ (€)

   Prix de la colle : $2 \times 5,70 = 11,40$ (€)

   Cela fera donc un total de : $101,70 + 11,40 = 113,10$ (€).

   Enlever 8 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$.

   Le prix à payer après remise est donc :

   $113,10 \times 0,92 = 104,052 \approx 104,05$ (€).