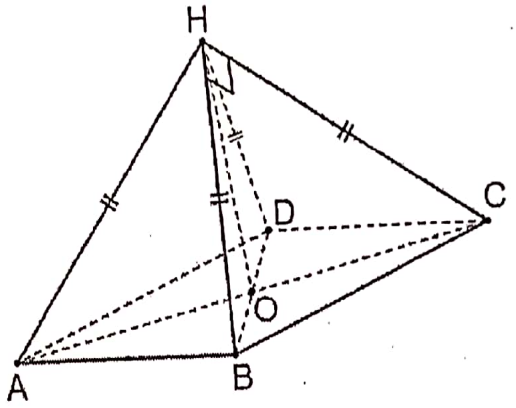
MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
Inspection de Pédagogie / Sciences
Section Mathématiques

Examen : Baccalauréat zéro
Session : **2021**
Épreuve : **Mathématiques**
Série : **C/E**
Durée : **4h** Coefficient : **7/6**

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (13,25 points)

Exercice 1 : (3pts)

ABCD est un est rectangle de l'espace $\mathscr{E}$ tel que $AD = 2AB$ et de centre O.



H est le sommet d'une pyramide de base ABCD dont toutes les faces latérales sont des triangles isocèles et les plans (HAB) et (HCD) sont perpendiculaires.

1. Montrer que la droite (OH) est orthogonale au plan (ABC). **(0,75pt)**
2. Montrer que $\mathrm{OH} = \frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{AB}$. **(0,75pt)**
3. Donner la nature de $s_{(HBA)} \circ s_{(HDC)}$. **(1pt)**
4. Déterminer les images des points A, B par le demi-tour $S_{(OH)}$ d'axe (OH). **(0,5pt)**

Exercice 2 : (03,25pts)

Soit h la fonction définie sur $\left[\frac{-3}{4}; +\infty\right[$ par : $h(x) = \sqrt{x + \frac{3}{4}}$.

1. Résoudre l'équation $h(x) = x$. **(0,5pt)**
2. Montrer que si $x \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$, alors
   a) $\mathrm{h}\left(\left[0; \frac{3}{2}\right]\right) \subset \left[0; \frac{3}{2}\right]$ **(0,5pt)**
   b) $\frac{1}{3} \leq h'(x) \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$. **(0,5pt)**
   c) $\left|h(x) - \frac{3}{2}\right| \leq \frac{1}{\sqrt{3}}\left|x - \frac{3}{2}\right|$. **(0,5pt)**
3. Soit la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + \frac{3}{4}} \end{cases}$
   a. Montrer que pour tout entier naturel non nul n, $\left|u_n - \frac{3}{2}\right| \leq \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n \times \frac{3}{2}$. **(0,75 pt)**
   b. En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel ℓ à déterminer. **(0,5 pt)**

Exercice 3 : (3pts).

z est un nombre complexe distinct de $4 + i$; M le point d'affixe z et z' le nombre complexe tel que : $z' = \frac{z+3i}{z-4-i}$.

a) Préciser la nature de l'ensemble décrit par le point M dans chacun des cas suivants :

(i) z' est un réel **(0,5pt)**

(ii) z' est un imaginaire. **(1 pt)**

b) Calculer le produit $(z' - 1)(z - 4 - i)$, puis déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble décrit par le point M lorsque le point d'affixe z' décrit le cercle de centre le point d'affixe 1 et de rayon $\sqrt{2}$. **(1,5 pt)**

Exercice 4 : 4 points

Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. Soit (C) est la courbe d'équation : $X^2 + \frac{Y^2}{4} = 1$ dans le repère $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
   a. Déterminer la nature et l'excentricité de (C) **(0,5 pt)**
   b. Déterminer dans le repère $(O ; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$, les coordonnées d'un foyer F de (C) et une équation cartésienne de la directrice (D) de (C), associée au foyer F. **(0,5pt)**

2. Soient (C') la courbe d'équation $7x^2 + 13y^2 + 6xy\sqrt{3} - 64 = 0$; S la similitude directe de centre O, d'angle de mesure $\frac{-\pi}{3}$ et de rapport $\frac{1}{2}$.
   a) Donner la forme complexe de S. **(0,5pt)**
   b) Montrer que si S transforme le point de coordonnées $(x; y)$ en le point de coordonnées $(x'; y')$, alors $x = x' - y'\sqrt{3}$ et $y = x'\sqrt{3} + y'$. **(0,5pt)**
   c) Montrer que (C) est l'image de (C') par S. **(0,5pt)**
   d) En déduire la nature et l'excentricité de (C'). **(0,5 pt)**

3. Construire (C) et (C') dans le même repère. **(1pt)**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (6,75 points)

La cryptographie a pour but de garantir la confidentialité d'un message, d'une information ou de façon générale des données. M. TAGNE ayant suivi les cours introductifs de cette science durant quelques années passées à l'université, a décidé de l'exploiter pour préciser les informations sur son domaine qu'il possède dans une campagne de la ville de Yaoundé.

A partir de la géométrie de son domaine, il a conçu une famille de fonction f_n,parmi lesquelles son domaine est délimité par deux de ces courbes et définie par : $f_n(x) = (1 - x)e^{nx}$ où l'entier naturel n est le reste de la division euclidienne de 5^n par 3 ; les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$ dans le repère qu'il s'est défini en considérant un arbre de la zone comme origine.Les lieux d'accès au domaine sont les points de rencontre des courbes décrivant les côtés du terrain.

Le chef de village sollicite le domaine pour construire un espace de divertissement pour les jeunes et les touristes qui arrivent dans le village. N'ayant pas les moyens pour déplacer les topographes, il souhaite tout de même connaître la superficie pour budgétiser le montant nécessaire pour le gazonnage et l'aménagement tout en sachant que le mètre carré de gazon coûte 2500 FCFA

ches :

1) Dans le repère défini par M. TAGNE, donner la position exacte des lieux d'accès qui marquent la rencontre des courbes décrivant les côtés du terrain. **(2,25 pts)**

2. Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, faite une représentation rigoureuse du domaine de M TAGNE. (faire une étude précise du tracé sur l'intervalle $[-2; +\infty[$; 4cm pour 1 unité sur les axes). **(2,25 pts)**

3. Combien faut-il prévoir pour couvrir entièrement le domaine ? (On prendra pour unité d'aire 10000 m²) **(2,25 pts)**