Entrée École de santé Bron 13 avril 2016

Durée : 1 heure 30 minutes Coefficient : 3

Avertissement :

- L'utilisation de calculatrice, règle de calcul, formulaire, papier millimétré, téléphone portable n'est pas autorisée.
- Les candidats traiteront les trois exercices.
- Les réponses des exercices nº 1 et nº 2 seront données sur une grille prévue à cet effet.
- L'exercice nº 3 sera traité sur une copie à part.
- Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.
- La qualité de la présentation des copies et de l'orthographe sera prise en compte clans l'évaluation,

EXERCICE 1 : **7 points**

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C *ou* D *est exacte.*

On demande au candidat d'indiquer ***sans justification*** *la réponse qui lui paraît exacte en* ***cochant la case sur la grille prévue à cet effet****.*

Toute réponse juste est comptée $+1$ *point, toute réponse fausse est comptée* $-0,25$ *point.*

Une absence de réponse est comptée 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

QCM 1

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$.

A. la suite (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$

B. la suite (u_n) est majorée par 1,5

C. la suite (u_n) a pour limite $+\infty$

D. la suite (u_n) est majorée par 2

QCM 2 : Soit la suite (u_n) pour laquelle on suppose que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n^2 = +\infty$ alors :

A. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

B. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{u_n} = +\infty$

C. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{u_n} = 0$

D. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n^3 = +\infty$

QCM 3 : La documentaliste d'un collège a reçu une offre pour acheter les romans de la saga HP.

Elle enquête pour savoir si le sujet intéresse les élèves :

10 % des élèves ont lu le 7^{e} épisode, 38% des élèves ont vu le 7^{e} épisode au cinéma et 40 % de ceux. qui ne l'ont pas lu , ont vu le 7^{e} épisode au cinéma.

La documentaliste tire au hasard une réponse d'un des élèves interrogés.

Quelle est la probabilité que l'élève soit allé voir le 7^{e} épisode au cinéma sachant qu'il a lu le roman?

QCM 4 : Un groupe de coureurs participe à une course cycliste et ils subissent de façon aléatoire un contrôle antidopage.

On appelle T l'évènement « le contrôle est positif » et on admet que $p(T) = 0,05$.

On appelle D l'évènement « le coureur est dopé ».

Le contrôle antidopage n'étant pas fiable à 100 %, on sait que :

- si un coureur est dopé, le contrôle est positif dans 97 % des cas;
- si un coureur n'est pas dopé, le contrôle est positif dans 1 % des cas.

La probabilité que le coureur soit dopé est :

A. $\dfrac{95}{100}$

B. $\dfrac{98}{100}$

C. $\dfrac{29}{500}$

D. $\dfrac{1}{24}$

QCM 5 : L'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'équation : $ln(x+3)+ln(x-2) = \ln 14$ est :

A. $\{-5\ ;\ 4\}$

B. $\{-5\}$

C. $\{4\}$

D. $\emptyset$

QCM 6 : Pour tout réel x strictement positif, $\mathrm{e}^{-3\ln x}$ est égal à :

A. x^3

B. $\dfrac{1}{x^3}$

C. $-3x$

D. $-x^3$

QCM 7 : L'ensemble des solutions, dans $\mathbb{R}$, de l'inéquation : $(\mathrm{e}^x - 3)(\mathrm{e}^x + 1) \geqslant 0$ est :

A. $]-\infty\ ;\ -1] \cup [3\ ;\ +\infty[$

B. $]-\infty\ ;\ \ln 3]$

C. $[\ln 3\ ;\ +\infty[$

D. $\mathbb{R}$

Exercice 2 **7 points**

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte. On demande au candidat d'indiquer sans justification la réponse qui lui paraît exacte en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.
Toute réponse juste est comptée +1 point. Toute réponse fausse est comptée −0,25 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 8 : Soit $I = \displaystyle\int_0^1 \left(\mathrm{e}^{2x} - x\right)\,\mathrm{d}x$

A. $I = \mathrm{e}^2 - 2$

B. $I = 2\mathrm{e}^2 - 2$

C. $I = \dfrac{1}{2}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$

D. $I = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^2 - 1$

QCM 9 : Soit le nombre complexe $z = \dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$

A. l'écriture algébrique de z est $-\mathrm{i}$

B. l'écriture algébrique de z est $\mathrm{i}\sqrt{2}$

C. un argument de z est égal à $\dfrac{\pi}{2}$

D. le module de z est $\sqrt{2}$

QCM 10 : Soit $f(x) = 4x\mathrm{e}^{-x}$ pour tout x réel.
La dérivée $f'(x)$ de f sur $\mathbb{R}$ est égale à :

A. $3\mathrm{e}^{-x} + 4x$

B. $(4x - 1)\mathrm{e}^{-x}$

C. $-4\mathrm{e}^{-x}$

D. $(4 - 4x)\mathrm{e}^{-x}$

QCM 11 : Soit X une variable aléatoire de densité f sur $[-4~;~2]$ telle que $f(x) = a|x|$, $a \in \mathbb{R}$.
Alors a est égal à :

A. $-0,2$

B. $0,2$

C. $0,25$

D. $0,1$

QCM 12 : On considère que la durée de vie, exprimée en années, d'un médicament est une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre λ telle que $p(X \leqslant 1) = 0,18$, alors :

A. $\lambda = \ln\left(\dfrac{50}{41}\right)$

B. $\lambda = -\ln(18)$

C. $\lambda = -\ln(0,82)$

D. $\lambda = \dfrac{\ln(0,82)}{\ln(100)}$

QCM 13 : Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(0\,;\,1)$.

$p(-1 < X < 1)$ est égal à :

A. $1 - 2p(X > 1)$

B. $2[p(X < 1) - 1]$

C. $1 - 2p(X < 1)$

D. $2p(X > 1) - 1$

QCM 14 : Après avoir examiné 100 personnes, on a constaté que 20 % d'entre elles étaient malades. L'intervalle de confiance, au niveau asymptotique 95 %, de la probabilité qu'une personne examinée soit malade peut être estimée par :

A. [0,10 ; 0,20]

B. [0,15 ; 0,25]

C. [0,10 ; 0,30]

D. [0,05 ; 0,35]

Exercice 3 **6 points**

Après l'administration d'un médicament par voie orale chez un patient, sa concentration plasmatique dans le sang, en g/L, en fonction du temps peut être modélisée par la fonction C définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$C(t) = 3\left(\mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t}\right) \text{ où } t \text{ est le temps exprimé en heures}$$

.

1. Calculer $C(0)$
2. Déterminer la limite de la fonction C quand t tend vers $+\infty$.
   Interpréter ce résultat vis-à-vis du patient.
3. Calculer la dérivée $C'(t)$ de $C(t)$.
4. Dresser le tableau complet de variation de la fonction C.
5. Donner la valeur maximale de la concentration sous sa forme la plus simplifiée.
6. Déterminer les valeurs de t pour lesquelles $C(t) = \dfrac{2}{3}$.
7. En déduire sur quelle période de temps la concentration du médicament est supérieure ou égale à $\dfrac{2}{3}$.