Entrée École de santé Bron avril 2015

Durée : 1 heure 30 minutes Coefficient : 3

Avertissement :

- L'utilisation de calculatrice, de règle de calcul, de formulaire et de papier millimétré n'est pas autorisée.
- Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.
- II sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe.
- Les candidats traiteront les trois exercices.
- Les réponses des exercices n° 1 et n° 2 (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.
- L'exercice n° 3 sera traité sur une copie à part.

EXERCICE 1 : **7 points**

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer **sans justification** la réponse qui lui paraît exacte **en cochant la case sur la grille prévue à cet effet**.

Toute réponse juste est comptée + 1 point. Toute réponse fausse est comptée $-0,25$ point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 1 :

La limite quand n tend vers $+\infty$:

A. de $12n^2-7n-5$ vaut -5

B. de $12n^2-7n-5$ vaut 0

C. de $\sqrt{n+3}-\sqrt{n}$ vaut 0

D. de $\sqrt{n+3}-\sqrt{n}$ vaut $\sqrt{3}$

QCM 2 :

La suite (u_n) définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par $u_n = 3\times 2^{-n}$ est :

A. croissante

B. convergente vers 3

C. convergente vers 0

D. arithmétique

QCM 3 :

Le nombre $A = \text{e}^3\left(\text{e}^{-2}\right)^5\text{e}$ peut également s'écrire :

A. e^{-13}

B. e^{7}

C. e^{-6}

D. e^{-30}

QCM 4 :

L'équation : $e^{(x^2-2x)} = \frac{1}{e}$ admet, dans $\mathbb{R}$, pour ensemble de solutions :

A. $\varnothing$

B. $\{1\}$

C. $\{1\ ;\ 2\}$

D. $\{0\ ;\ 2\}$

QCM 5 :

L'inéquation : $e^{\left(1-\frac{x}{5}\right)} > 1$ admet, dans $\mathbb{R}$, pour ensemble de solutions :

A. $]-\infty\ ;\ 5[$

B. $]0\ ;\ 5[$

C. $]-\infty\ ;\ 0[$

D. $\left]\frac{1}{5}\ ;\ +\infty\right[$

QCM 6 :

La limite de $x^2 - x\ln x$ quand x tend vers $+\infty$ vaut :

A. $-\infty$

B. $+\infty$

C. 0

D. n'existe pas

QCM 7 :

Le nombre de solutions de l'équation définie sur $\mathbb{R}_+{}^*$: $2(\ln x)^2 + 3\ln x - 5 = 0$ est :

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

EXERCICE 2 : **7 points**

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte. On demande au candidat d'indiquer sans justification la réponse qui lui paraît exacte en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.

Toute réponse juste est comptée $+1$ *point. Toute réponse fausse est comptée* $-0,25$ *point. Une absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

QCM 8 :

La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \ln\left(4+x^2\right)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Sa dérivée est la fonction h' définie sur $\mathbb{R}$ par $h'(x) =$

A. $\dfrac{1}{4+x^2}$

B. $\dfrac{-2x}{4+x^2}$

C. $\dfrac{x}{4+x^2}$

D. $\dfrac{2x}{4+x^2}$

QCM 9 : Une primitive de la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{x} + \mathrm{e}^{3x}$ est :

A. $F(x) = 2\ln(3x) + \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}$

B. $F(x) = -\dfrac{2}{x^2} + 3\mathrm{e}^{3x}$

C. $F(x) = 2\ln(3x) + 3\mathrm{e}^{3x}$

D. $F(x) = 2\ln(x) + 3\mathrm{e}^{2x}$

QCM 10 :

La forme exponentielle du nombre complexe $\dfrac{-2\mathrm{i}}{3+3\mathrm{i}}$ est :

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{6}\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{4}}$

B. $\dfrac{-\sqrt{2}}{3}\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{4}}$

C. $\dfrac{2}{3}\mathrm{e}^{\frac{-3\mathrm{i}\pi}{4}}$

D. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\mathrm{e}^{\frac{-3\mathrm{i}\pi}{4}}$

QCM 11 :

Une maladie survient chez 1 % des individus d'une population. Quand le sujet est porteur d'un certain génotype G, il a 20 chances sur 100 de développer la maladie. Quand il ne le porte pas, il a cent fois moins de chance de développer la maladie.

Quelle est la fréquence à 10^{-2} près du génotype G ?

A. 0,01

B. 0,02

C. 0,03

D. 0,04

QCM 12 :

P est une loi de probabilité sur $[1\,;\,10]$ de densité f définie sur $[1\,;\,10]$ par $f(x) = \lambda x^{-2}$.

Le réel λ vaut :

A. $\dfrac{10}{9}$

B. $\dfrac{2}{3}$

C. 1

D. $\dfrac{4}{3}$

QCM 13 :

Dans une maternité, on a constaté que 10 % des accouchements avaient lieu avant terme et que 20 % des accouchements présentaient des complications. De plus, les accouchements ayant lieu avant terme ou présentant des complications représentent 26 % des accouchements.

Les évènements « accouchement avant terme » et « accouchement avec complication » sont :

A. compatibles et dépendants

B. compatibles et indépendants

C. incompatibles et dépendants

D. incompatibles et indépendants

QCM 14 :

La maladie humaine appelée phénylcétonurie se transmet comme un caractère récessif, la phénylcétonurie étant portée par l'allèle p et l'état normal par P. On suppose que 90 % des personnes ayant le génotype p/p sont affectées par cette maladie et que les personnes qui sont soit P/P, soit P/p, n'en souffrent pas.

Deux parents, l'un de génotype P/p et l'autre de génotype p/p décident de concevoir un enfant. La probabilité pour un enfant de ce couple d'être atteint de phénylcétonurie est :

A. 0,9

B. 0,45

C. 0,23

D. 0,11

EXERCICE 3 : **6 points**

Lorsque l'on prend un médicament, il est peu à peu éliminé par l'organisme. La concentration d'un médicament présent dans le sang après t heures est :

$$C(t) = C_0 \mathrm{e}^{-kt}$$

avec :

- t le temps exprimé en minutes ;
- $C(t)$ la concentration à l'instant t exprimée en mg.L^{-1} ;
- C_0 la concentration à l'instant 0 ;
- k un coefficient qui dépend du patient et du médicament.

On rappelle que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) = \mathrm{e}^x$.

1. **a.** On appelle demi-vie la durée T au bout de laquelle la concentration a diminué de moitié.

   Calculer T.

   b. Au bout de 4 demi-vies, le médicament est-il éliminé à plus de 10 % ? Justifier.

2. Dans cette question, on considère un patient donné qui absorbe par voie orale un médicament donné. Le principe actif n'est pas immédiatement présent dans le sang.

   Sa concentration est modélisée par la fonction D définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$D(t) = 8\left[\exp\left(-\frac{t}{100}\right) - \exp\left(-\frac{\mathrm{e}t}{100}\right)\right]$$

   a. Étudier la limite de la fonction D lorsque t tend vers $+\infty$.

   b. Montrer que la dérivée D' de la fonction D sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ est donnée par :

$$D'(t) = -\frac{2}{25}\exp\left(-\frac{\mathrm{e}t}{100}\right)\left[\exp\left(\frac{t(\mathrm{e}-1)}{100}\right) - \mathrm{e}\right].$$

   c. Étudier les variations de la fonction D.

   d. Déterminer la concentration maximale $D_{\max}$.