COLLEGE PRIVE LAÏC DE L'ESPERANCE			
B.P. : 13450	TEL : 22 20 95 21	YAOUNDE	Année Scol. 2011-2012
Département de : MATHS		***SEQUENCE N°4***	***Examinateur : Joseph AWONO***
Epreuve de : MATHEMATIQUES	***Classe : TC***	***Durée :*** 4 H / ***Coef : 5***	

Exercice I (4,5pts) ACR (Apprendre Comprendre Réussir)

Soit $x \in R$A / 1 a) vérifie que $x^4+4 = \left(x^2+2\right)^2 - 4x^2$ (0,25pt)

b) En déduire que x^4+4 peut s'écrire en produit de deux trimestres à coefficients entiers. (0,25pt)

B/ Soit $n \in N - \{0,1\}$; on pose $A_n = n^2 - 2n + 2$ et $B_n = n^2 + 2n + 2$, $d_n = pGCD\ (A_n, B_n)$

1. vérifie que n^4+4 n 'est pas premier (0,25pt)

2. a) vérifie que tout diviseur de A_n, qui divise n divise 2 (0,25pt)

b) montre que tout diviseur commun de A_n et B_n divise 4_n (0,25pt)

3. On suppose que n est impair

a) montre que d_n est impair (1pt)

b) montre que d_n divise 2, puis A_n et B_n ne sont pas 1ers entre eux (1pt)

4. On suppose que n est pair

a) montre 4 ne divise pas A_n '0,25pt)

b) montre que d_n est de la forme $d = 2p$ ou $-p$ est impair (0,25pt)

c) montre que p Divise n et En déduire que $d_n = 2$ (0,75pt).

Exercice II : (5pts)

A/ soit la fonction de f définie dans l'intervalle $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ par

$f(t) = \frac{2}{(1+\cos.t)^2}$ et F une primitive sur $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$

1. a) Démontrer que pour tout $t \in \left[0;\frac{\pi}{4}\right]$,

½ $\leq f(t) \leq 2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ (0,5pt)

En déduire : ACR (Apprendre Comprendre Réussir)

a) $\frac{\pi}{8} \leq F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0) \leq \pi\left(3-2\sqrt{2}\right)$ (0,5pt)

b) $F(0) + \frac{t}{2} \leq F(t) \leq 2\left(3-2\sqrt{2}\right)t + F(0)$. (0,25pt)

2. On suppose de f est définie par $f(t) = \frac{-1}{2\sqrt{1-t}}$

Dans l'intervalle $\left[0;\frac{1}{2}\right]$

a) Démontre que $\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq f'(t) \leq \frac{-1}{2}$ pour tout $t \in \left[0;\frac{1}{2}\right]$

b) En déduire que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $\left[0;\frac{1}{2}\right]$, $1-\frac{x}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{1-x} \leq 1-\frac{x}{2}$.

(0,5pt)

B/ ABC est un triangle équilatéral, I et M sont deux points du plan tels que I est le milieu de $[BM]$ et $IM = AM$,

1.a) Démonter que MAI est un triangle équilatéral (0,75pt)

b) On note Γ la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ montre Γ

Transforme B en C et I en M. (0,5pt)

2. On désigne par h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{-1}{2}$; on pose $S = hor$

a) détermine la nature et les éléments caractéristiques de l'application S. (0,5pt)

On désigne par A' , B' et C les milieux respectifs de $[BC]$ $[AC]$ et $[AB]$.

c) Démontre qu'il existe une symétrie glissée dont tu préciseras et les éléments caractéristiques, une rotation dont tu préciseras les éléments caractéristiques transformant le segment $[A'B]$ en $[AC']$. (1pt)

PROBLEME : (10pts)

On donne les fonctions f de $[0;+\infty[$ vers R, g de $[0,+\infty[$ vers R ln de R définie respectivement par :

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}, \quad g(x) = \ln\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}} \text{ et } h(x) = \ln\left(\frac{x^3}{x-1}\right)$$

I. 1. a) Vérifie que g est une primitive de f (0,5pt)

Sur $[0;+\infty[$ b) Détermine l'ensemble de définition de h

2. Dresses les tableaux de variations de f, g et h (3pts)

3. Démontre que : a) f réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur $[0;\frac{1}{2}]$ (0,5pt)

b) g réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur $[0,+\infty[$ la restriction de h à l'intervalle $]-\infty;0[$ réalise une bijection (0,25pt)

c) Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $\left[-1;\frac{-\sqrt{3}}{3}\right]$ (0,75pt)

4. Soit C_1, C_2 et C_3 les représentations respectives des fonctions f, g et h dans le plan muni du repère orthonormé $(0,\vec{I},\vec{J})$.

a) Démontre que C2 et C3 admettant une branche parabolique dans la direction de l'axe $(0,\vec{i})$ à l'infini (1pt)

b) Préciser les asymptotes de (C_1) (C_2) et (C3) leurs droites et pointes remarquables. (0,75pts)

C) construis C_1, C_2 et C_3 et leurs droites remarquables (3pts)