POLYVALENT CORPORATION

Centre national de préparation aux examens et concours d'entrée
dans les grandes écoles et facultés du Cameroun

Polycorp's challenge

Baccalauréat blanc national session D'avril 2021

Spécialité : série D

Mathématiques

Durée : 4 heures

Partie A : Evaluation des compétences (15 points).

Exercice 1 (5 points).

1) Pour tout nombre complexe z on pose

$$P(z) = z^4 - (2+6i)z^3 + (-12+9i)z^2 + (13+9i)z + 2 - 6$$

a. calculer $P(i)$ et $P(2i)$
b. déterminer les nombres complexes a et b tels que pour tout nombre complexe z on a : $P(z) = (z^2 - 3iz - 2)(z^2 + az + b)$
c. déterminer les nombres complexes z_1 , z_2 , z_3 et z_4 solutions de l'équation : $P(z) = 0$ tels que $|z_1| < |z_2| < |z_3| < |z_4|$
2) on écrit chacun des nombres z_1 , z_2 , z_3 et z_4 sur l'une des quatre faces d'un de tétraédrique truque. On lance ce de et on admet que la probabilité pour que l'une de ces faces soit cachée est proportionnelle au carre du module du nombre complexe z_k inscrit sur cette face c'est-à-dire $P_k = t|z_k|^2$ avec $k\epsilon\{1;2;3;4\}$ ou $t\ \epsilon IR_+^*$

a) démontrer que $P_1 = \frac{1}{12}$

b) calculer P_2 , P_3 et P_4

c) soit X la variable aléatoire réelle, qui a chaque jet du tétraèdre associe la somme des parties imaginaires des nombres inscrits sur les faces latérales de ce de ? Vérifier que X prend exactement 2 valeurs puis déterminer sa loi de probabilite

Exercice 2 : (3 points).

on donne la série statistique suivante a deux variable

X	1,2	1,4	1,6	1,8	2
y	13	12	14	16	a

Par la méthode des moindres carre, on a obtenu l'équation de la droite D de régression Y par rapport à X : $Y = 9X + 0{,}6$

1) calculer $\bar{X}$
2) exprimer la moyenne $\bar{Y}$ en fonction de a
3) en déduire a
4) calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série (X,Y)

Exercice 3 : (3 points).

Soit (V_n) la suite numérique définie sur IN* par $V_1 = \frac{1}{2}$ et $V_{n+1} = \frac{n+1}{2n} V_n$

1) Calculer V_2, V_3 et V_4

2) **a)** Démontrer que pour tout entier n > 0, on a $V_n > 0$

b) Démontrer que la suite (V_n) est décroissante.

c) En déduire que la suite (V_n) est convergente.

3) Soit (Un) la suite numérique définie par $U_n = \frac{V_n}{n}$ n > 0

a) Montrer que la suite (Un) est géométrique. Préciser la raison et le premier terme.

b) Exprimer Un puis V_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$; $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

Exercice 4 : (4 points).

Le repère (O, I, J) est orthonormé

Soit f la fonction définie par $f(x) = (1 - x)(1 + e^x)$ et **C** sa courbe représentative

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition

2) Démontrer que la droite (D) d'équation y = -x + 1 est asymptote à la courbe (C) de f en $-\infty$ Préciser la position relative de (C) et (D)

3) Etudier les variations de la fonction dérivée f' et en déduire les variations de f

4) Tracer (C)

Partie B : Evaluation des compétences (5 points).

Une équipe de jeunes ingénieurs désire mettre sur pied une entreprise de fabrication de pièces automobile dans la ville de Yaoundé. Ils vont utiliser à cet effet de la fonte de graphite sphéroïdal qui possède des caractéristiques élevées et proches de celle de l'acier. Ces pièces seront coulées dans des modules de sable et ont une température de $1400℃$ à la sortie du four. Elles seront entreposées dans un local donc la température de$30℃$. Ces pièces peuvent être démoulés des lors que leur température est inferieure a $650℃$.

La température en degrés Celsius d'une pièce de fonte est une fonction du temps t exprime en heures, depuis sa sortie du four. On admet que cette fonction f , définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ est une solution sur cet intervalle de l'équation différentielle $y' + 0{,}065y = 1{,}95$

1) La pièce de fonte peut-elle être démoulée après avoir été entreposée 5heures dans le local
2) Au bout de combien de temps au minimum la pièce pourra être démoulée.
3) Pour éviter la fragilisation de la fonte il, il est préférable de ne pas démouler la pièce avant que la température ait atteint $325℃$ .dans ce cas un des ingénieurs prétend qu'il faudra attendre exactement deux fois plus de temps que pour un démoulage a $650℃$