BACCALAUREAT BLANC N°1 08 AVRIL 2021

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NIVEAU : Terminale D **DUREE** : 4 heures **EXAMINATEUR : M.N.PATRICK**

La présentation et la clarté des raisonnements sont pour une part importante dans l'appréciation de la copie

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE 1 : **2.5 POINTS**

On considère l'équation différentielle $(E'): y'' - 2y' + y = 4e^x$.

1. Montrer que la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = 2x^2e^x$ est une solution de (E') . **0,5pt**
2. Montrer que la fonction g est une solution de (E') si et seulement si $g - u$ est solution de $(E): y'' - 2y' + y = 0$. **0,5pt**
3. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation différentielle (E). **0,5pt**

b) En déduire alors les solutions de (E'). **0,25pt**

c) Déterminer la solution h de l'équation (E') dont la courbe passe par l'origine du repère et admet en ce point une tangente perpendiculaire à la droite d'équation $y = \frac{1}{3}x$. **0,75pt**

EXERCICE 2 : **4 POINTS**

I. Une urne U_1 contient trois boules rouges et deux boules noires et une urne U_2 contient deux boules rouges et quatre boules noires. On tire simultanément deux boules de U_1 et une boule de U_2.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « Obtenir trois boules rouges » **0,25pt**

B : « Obtenir trois boules de même couleur » **0,5pt**

C : « Obtenir au moins une boule rouge » **0,5pt**

D : « Obtenir au moins une boule noire » **0,5pt**

E : « Obtenir des boules de couleurs différentes » **0,25pt**

II . Les rats de laboratoire sont souvent victimes d'une maladie mortelle qu'on peut soigner si elle est dépistée suffisamment tôt. Le laboratoire de SVT du **Collège Bilingue Adonai** met sur pied un test de dépistage de cette maladie sur un échantillon de rats dans lequel un rat sur trois est malade. Et mieux encore , si un rat est malade, le test est positif dans 90% de cas. Mais s'il est , le test est positif dans 30% de cas. On note M l'évènement « le rat est malade » et T « le test est positif » ; $\overline{M}\ et\ \overline{T}$ leurs évènements contraires respectifs.

1. Déterminer les probabilités suivantes : $P(\overline{M})$. **0,5pt**

2. En utilisant l'arbre des probabilités pondérées, déterminer $P(M \cap T)\ et\ P(\overline{T} / \overline{M})$. **0,5pt +0,5pt**

3. Montrer que $P(T) = \frac{1}{2}$. **0,5pt**

EXERCICE 3: **7.5 POINTS**

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}\ par\ g(x) = (1-x)e^{1-x} - 1$. Tapez une équation ici.

1. Déterminer les limites de g aux bornes de l'ensemble de définition. **0,5pt**

2. a) Démontrer que pour tout réel $x, g'(x) = (x-2)e^{1-x}$. **0,5pt**

b) Etudier alors les variations de g, puis dresser son tableau de variations. **0,75pt**

3.a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution$\alpha \in]0,4; 0,5[$. **0,5pt**

b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,5pt**

PARTIE B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{1-x} - x + 2$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$. L'unité graphique est de 2cm sur les axes.

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$. **0,5pt**

2.a) Démontrer que f est une primitive de g. **0,5pt**

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **0,75pt**

3.a) Démontrer que la droite d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$. **0,25pt**

b) Etudier la position relative de $(D) et$ (C). **0,5pt**

4. Démontrer que (C) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction (OJ). **0,25pt**

5. Démontrer que $f(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{1}{1-\alpha}$. **0,5pt**

6. Justifier que pour tout réel x, $f(-x+2) = e^{x-1}f(x)$. **0,5pt**

7. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions. On appelle β l'une de ces solutions. Démontrer alors que $-\beta + 2$ est l'autre solution. **0,25pt**

8. Tracer la droite (D)et la courbe (C). On prendra $\alpha = 0{,}4$ et $\beta = 2{,}5$. **1pt**

9. Calculer l'aire du domaine délimité par la courbe (C), la droite (D), les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 5points

Afin d'alimenter deux immeubles en eau potable, les propriétaires désire construire des forages assimilables à des points M d'affixe z du plan de la surface de la terre tels qu'A tout nombre complexe $z \neq i$ on associe le nombre complexe $z' = \frac{z+i}{z-i}$.

Les propriétaires des deux immeubles font appel à trois ingénieurs.

- **L'ingénieur 1** demande de construire des forages en des points M (z) tels que z' soit réel
- **L'ingénieur 2** demande de construire des forages en des points M (z) tels que z' soit imaginaire pur
- **L'ingénieur 3** dit que quel que soit l'emplacement ou l'on doit creuser le forage, il prend 5000F pour le premier mettre 5800F pour le deuxième mettre et chaque mettre supplémentaire coute 800F de plus que le précédent.

TACHES

1) Déterminer l'ensemble (E) des positions occupées en tenant compte de la proposition de **l'ingénieur 1**

2) Déterminer l'ensemble (E) des positions occupées en tenant compte de la proposition de **l'ingénieur 2**

3) Déterminer la somme que doit recevoir **l'ingénieur 3** s'il creuse 20 mètres de forage ?