COLLEGE LIBERMANN B.P. 5351 DOUALA – AKWA Tél. : 33 42 28 90 E-mail : college_libermann@yahoo.fr Web: www.collegelibermann.org	**DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES**		
	Baccalauréat Blanc N°1		
	Série C		
	Date : Mars 2021	**Durée : 4 heures**	**Coeff. : 7**

A. EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1 (3,25 pts)

A le point d'affixe $z_A = -i$ et B le point d'affixe $z_B = -2i$. On appelle f la fonction qui, à tout M d'affixe z, M distinct de A, associe le point M' d'affixe z' définie par $z' = \frac{iz-2}{z+i}$

1. Démontrer que, si z est imaginaire pur, $z \neq -2i$ ~~$z \neq -i$~~, alors z' est imaginaire pur. (0,5pt)
2. Déterminer les points M tels que $f(M) = M$. (0,5pt)
3. a) Calculer $|z' - i| \times |z + i|$. (0,25pt)
   b) Montrer que quand le point M est sur le cercle de centre A et de rayon $\sqrt{2}$, le point M' reste sur le cercle dont on déterminera le centre et le rayon. (0,5pt)
4. Développer $(z+i)^2$ puis factoriser $z^2 + 2iz - 2$. (0,25pt)
5. Déterminer l'ensemble des points M, tels que M' soit symétrique de M par rapport à O, où O est le centre du repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
   (0,5pt)
6. Déterminer l'ensemble E des points M tels que le module de z' soit égal à 1. (0,5pt)

Exercice 2 (2,25pts)

N désigne un entier naturel dont l'écriture en base 10 est $N = a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0$.

1. Démontrer que le reste de la division euclidienne de N par 100 ~~10~~ est $r = \overline{a_1 a_0}$. (1pt)
2. Application : Déterminer le chiffre des unités et le chiffre des dizaines du nombre $7^{7^{7^7}}$. (1,25pt)

Exercice 3 (10pts)

On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(2x + \sqrt{4x^2+1})$, (Γ_1) la courbe représentative de f

1. a) Prouver que l'ensemble de définition est $\mathbb{R}$. (0,5pt)
   b) Démontrer que l'origine du repère est un centre de symétrie de (Γ_1). (0,5pt)
   c) Calculer la limite de f en $+\infty$ puis déduire la limite de f en $-\infty$. (0.75pt)
2. Déterminer le sens de variations de la fonction f. (1pt)
3. a) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis déduire $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$.
   (0,75pt)
   b) Etudier les branches infinies de la courbe (Γ_1) . (1pt)
4. a) Etudier le sens de variations de la fonction u définie de $\mathbb{R}$ par

$u(x) = x - \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 1})$. (1,5pt)

b) Prouver que l'équation $u(x) = 0$ admet trois solutions dont l'une est 0 et les deux autres sont opposées. On note α la solution strictement positive de l'équation $u(x) = 0$. (1,25pt)

c) Vérifier que $2{,}1 < \alpha < 2{,}2$. (0,25pt)

d) Etudier la position relative de (r_1) par rapport à la droite d'équation $y = x$. (0,5pt)

5. On désigne par (r_2) le symétrique de (r_1) par rapport à la droite d'équation $y = x$. Représente dans le même repère les courbes (r_1) et (r_2) et la droite d'équation $y = x$. (1,5pt)

6. a) Prouve que f est bijective. (0,5pt)

b) Démontre que (r_2) est la courbe de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{1}{4}(e^x - e^{-x})$ (0,5pt)

EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 pts)

Alain a un jardin attrayant dans un département du pays où travaille N personnes. Si les N personnes se constituent en équipes de 6, il en reste 4 pour s'occuper d'autres tâches mais pour qu'elles forment des équipes de 11, ils ont recours au service de 9 stagiaires.

Le jardin d'Alain est alimenté en eau grâce à un puits creusé sur un domaine ABC tel que :

$AB = AC = 3m$. et $BC = 2m$. Le bord de ce puits est caractérisé par l'ensemble (E) des points M du plan tels que $2MA^2 + 3MB^2 + 3MC^2 = 22$ de sorte qu'un tuyau d'une pompe à eau passe par le point G barycentre des points pondérés $(A, 2), (B, 3)$ et $(C, 3)$. Au repos, la surface de l'eau est contenue dans un plan (P) dont une représentation paramétrique dans un repère orthonormé de l'espace est $\begin{cases} x = 1 - t + t' \\ y = 1 + 2t + t' \\ z = 4t - t' \end{cases}$ $(t, t') \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Omar, élève en classe de Tle C, déduit par les activités d'Alain des principes mathématiques liés au puits et au nombre d'employés qui travaillent dans le jardin. Son camarade de classe affirme que $(AB), (AC)$ et (BC) ont chacun un unique point en commun d'axe (E)

Tache 1 : Aider Omar à déterminer N et écrire N en base 8 sachant que $120 < N < 240$. (1,5pt)

Tache 2 : Déterminer la nature de (E) et une équation cartésienne de (P) (1,5pt)

Tache 3 : justifier que le camarade de Omar a raison (1,5pt)

Téléphone : 698 222 277 / 671 839 797 Facebook : Intelligentsia Corporation
Email contact@intelligentsia-coropration.com