Départ. De Mathématiques	BACCALAUREAT BLANC N°2	Classe : **Tle C**
MAI 2021	**MATHEMATIQUES**	Durée : 4H ; COEF : 7

PARTIE 1 EVALUATION DES RESSOURCES [15pts]

Exercice 1 [4,5pts]

Les questions A, B et C sont indépendantes.

A. a- Déterminer les entiers x et y tels que $14x - 31y = 3$. **0,5pt**

b- Déterminer deux couples d'entiers naturels premiers entre eux solutions de l'équation $(E) : 14x - 31y = 3$. **0,75pt**

B. Trois phares A, B et C lancent un signal lumineux respectivement toutes les 25 secondes, les 30 secondes et les 35 secondes. Un signal simultané se produit à 22heures. A quelle heure se produira le premier signal simultané après minuit. **0,75pt**

C. L'espace (ξ) est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère les points $A(-3\,;0\,;1)$, $B(-2\,;5\,;1)$ et $C(1\,;\,-1\,;2)$. Soit G l'isobarycentre des points A, B et C. On note (P) le plan médiateur du segment $[OG]$.

a. Montrer qu'une équation cartésienne de (P) est $-x + y + z - 2 = 0$. **1pt**

b. Déterminer l'expression analytique de la réflexion $S_{(P)}$ de plan (P). **1pt**

c. Soit $S_{(OG)}$ le demi – tour d'axe (OG). Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $S_{(P)} \circ S_{(OG)}$. **0,5pt**

Exercice 2 [3,5pts]

A- On considère trois urnes U, V et W contenant chacune des boules portant le numéro 1 ou le numéro 2. La probabilité de tirer une boule numérotée 1 de U est $p_1 = 0.4$; celle de tirer 1 de V est $p_2 = 0.5$ et enfin celle de tirer 1 de W est $p_3 = 0.7$.

On tire une boule de U, une boule de V et une autre de W. Soient a, b et c les numéros respectifs de ces boules. Soit (Q) le plan d'équation $ax + by + cz + 6 = 0$, et soit (E) la conique d'équation : $\frac{x^2}{a^2} - (-1)^c \frac{y^2}{b^2} = 1$. Calculer la probabilité pour que :

1. (Q) soit parallèle au plan (P) d'équation $x + 2y + z - 4 = 0$; **0,5pt**
2. (Q) contienne le point $M(0, -2, -1)$; **0,5pt**
3. (E) soit une ellipse ; **0,5pt**
4. (E) soit une hyperbole équilatère ; **0,5pt**

B- Un jeu consiste à tirer une boule de chaque urne

- Dans U, une boule n°1 tirée fait gagner 40 F tandis que la n°2 fait perdre 60F ;
- Dans V, une boule n°1 tirée fait gagner 50 F tandis que la n°2 fait perdre 50F ;
- Dans W, une boule n°1 tirée fait gagner 70 F tandis que la n°2 fait perdre 30F;

On appelle X la variable aléatoire réelle donnant la somme eu par un joueur après les tirages.

Déterminer la loi de probabilité de X, puis calculer son espérance mathématique. **1,5pts**

Exercice 3 [3,5pts]

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Soit (D) : x = 6. Les points M et F du plan ont pour affixes respectives Z et 8. θ est un réel tel que $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

1) Montrer que la distance de M à la droite (D) est $\frac{1}{2}|\bar{Z} + Z - 12|$. **0,5pt**

2) On suppose que $Z + \bar{Z} - 12 \neq 0$. (Γ_θ) est l'ensemble des points M d'affixe Z tel que $2\cos\theta|Z - 8| - |\bar{Z} + Z - 12| = 0$

a) Déterminer suivant les valeurs de θ la nature de (Γ_θ) **0,5pt**

b) Pour $\theta = 0$, déterminer et construire (Γ_0) **0,75pt**

3) Pour $\theta = \frac{\pi}{3}$, Montrer que $\left(\Gamma_{\frac{\pi}{3}}\right)$ a pour équation $3x^2 - y^2 - 32x + 80 = 0$ et construire $\left(\Gamma_{\frac{\pi}{3}}\right)$ **0,75pt**

4) $\left(\Gamma'_{\frac{\pi}{3}}\right)$ désigne l'image de $\left(\Gamma_{\frac{\pi}{3}}\right)$ par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$.

a) Déterminer l'écriture complexe puis l'expression analytique de r. **0,5pt**

b) Ecrire une équation cartésienne de $\left(\Gamma'_{\frac{\pi}{3}}\right)$ et préciser sa nature et construire $\left(\Gamma'_{\frac{\pi}{3}}\right)$. **1pt**

<u>Exercice 4</u> [3pts]

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J). On considère l'équation différentielle
$(E) : y'' + 6y' + 25y = 0$.

1. a. Déterminer la solution générale de (E). **0,5pt**

   b. Déterminer la solution dont la courbe passe par le point de coordonnées (0 ; 1) et admettes en ce point une tangente perpendiculaire à la droite d'équation $y = \frac{1}{3}x + 1$. **0,5pt**
2. Soit h la fonction de la variable réelle x définie sur $[-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}]$ tel que : $h(x) = e^{-3x}\cos 4x$ et (C_h) sa courbe représentative.

   a. Ecrire une équation cartésienne de la tangente à la courbe (C_h) au point d'abscisse 0. **0,5pt**

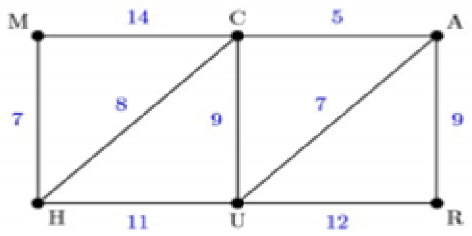
   b. Donner le signe de h sur son ensemble de définition. **0,5pt**
3. Soit (Δ) le domaine du plan limité par la courbe (C_h), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = -\frac{\pi}{8}$. Calculer l'aire de (Δ). **1pt**

<u>PARTIE 2</u> EVALUATION DES COMPETENCES [5pts]

Marie est recrutée comme ingénieur Marketing dans la société 'JJJ Enterprise' en vue d'améliorer la vente d'un produit liquide contenu dans une cuve de forme tétraédrique dont les différents sommets sont représentés dans l'espace muni d'un repère orthonormé (O, I, J, K) par les points $A(1; 2; 3)$; $B(-1; 4; 3)$; $C(2; 0; 1)$ et $D(0; 4; 15)$. On prendra une unité de volume = 30litres

Marie va faire une enquête statistique en vue d'établir le nombre d'acheteurs en milliers d'un produit de l'entreprise en fonction du prix de vente en milliers de francs.

Pour réaliser cette enquête, elle se fait accompagner de son amie Laeticia en se servant de la carte ci-contre pondérée par le temps entre deux sommets représentant les quartiers. Marie souhaite quitter du point M au point R en un minimum de temps tandis que Laeticia souhaite parcourir tous les sommets de sorte que sa trajectoire forme un arbre couvrant de temps minimum.



Prix de vente	1	1 .5	2	3	3.5
Nombre d'acheteurs	3	2.5	2	1.5	1

<u>Tâche 1</u> Détermine le volume en litres de cette cuve. **1,5pts**

<u>Tâche 2</u> Aide Marie à estimer le nombre d'acheteurs s'il vendait un produit à 4500F. **1,5pts**

<u>Tâche 1</u> Aide Marie à déterminer son parcours et Laeticia à réaliser sa trajectoire. **1,5pts**

Présentation générale : 0,5pt