République du Cameroun
Paix-travail-patrie
Diocèse de Ngaoundéré
Secrétariat à l'éducation
Coordination Pédagogique
des Enseignements Secondaires
B.P : 284 Ndéré. Tel : 22251704

Republic of Cameroon
Peace-work-Fatherland
Ngaoundéré Diocese
Secretary of Catholic Education
Pedagogic Coordination of
secondary schools
B.P : 284 Ndéré. Tel : 22251704

BACCALAUREAT BLANC DIOCESAIN				
Epreuve	**Séries**	**Durée**	**Coefficient**	**Session**
MATHEMATIQUES	**C**	**4h**	**7**	**Mars 2021**

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15points)

Exercice 1 : 5 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u};\vec{v})$. On prendra 1 cm pour unité graphique. On considère l'application f du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = -(\sqrt{3}+i)z - 1 + i(1+\sqrt{3})$.

1. Montrer que f est une similitude directe dont le centre Ω a pour affixe i.
   En déterminer le rapport et l'angle. **0,75 pt**
2. Soit M_0 le point d'affixe $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i$.
   Calculer ΩM_0 et donner une mesure en radians de l'angle$(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0})$. **0,5 pt**
3. On considère la suite de points $(M_n)_{n\geq 0}$, définie pour tout entier naturel n par $M_{n+1} = f(M_n)$. On note z_n l'affixe du point M_n.
   a) Montrer par récurrence, pour tout entier naturel n, l'égalité :
   $z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}}(z_0 - i)$. **1 pt**
   b) Pour tout entier naturel n,calculer ΩM_n, puis déterminer le plus petit entier naturel n tel que $\Omega M_n \geq 10^2$. **0,5 pt**
4. a) On considère l'équation $(E): 7x - 12y = 1$ où x *et* y sont deux entiers relatifs.
   Après avoir vérifié que le couple $(-5;-3)$ est solution, résoudre l'équation (E). **0,75 pt**
   b) Soit Δ l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que $\mathcal{Im}(z) = 1$ *et* $\Re e(z) \geq 0$.
   Caractériser géométriquement Δ et le représenter. **0,5 pt**
   c) Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que M_n appartienne à la demi-droite d'origine Ω dirigée par le vecteur $\vec{u}$. Préciser son plus petit élément. **1 pt**

Exercice 2: 5 points

I- Dans un repère (O ;I ;J), on désigne par (E) l'ensemble des points M(x ;y) vérifiant :
$x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$.

1. a) Montrer qu'une équation de (E) est $\frac{X^2}{4} + Y^2 = 1$ dans un repère que l'on précisera. **0,5 pt**
   b) En déduire la nature de (E), puis donner son centre et son excentricité. **0,75 pt**
2. Déterminer les points d'intersection de (E) avec les axes du repère (O ;I ;J). **0,5 pt**
3. Construire (E) par rapport au repère (O ;I ;J). **0,75 pt**

II- ABCDEFGH est un cube d'arête $a > 0$ tel que $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ est un repère orthogonal direct de l'espace. La droite (BH) est sécante au plan (AFC) en Ω.

1. a) Déterminer les vecteurs $\overrightarrow{FB}\wedge\overrightarrow{FC}$ *et* $\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{FC}$. En déduire que $\overrightarrow{FA}\wedge\overrightarrow{FC} = -a\overrightarrow{BH}$. **0,75 pt**
   b) Justifier que la droite (BH) est orthogonale au plan (AFC). **0,25 pt**
2. On suppose $a = 1$ et on pose $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \overrightarrow{AD}, \vec{k} = \overrightarrow{AE}$. Le repère$(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est alors un repère orthonormé direct de l'espace.

a) Déterminer dans la base $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{FA}\wedge\overrightarrow{FC}$ et $\overrightarrow{BH}$ puis vérifier que $\overrightarrow{FA}\wedge\overrightarrow{FC} = -\overrightarrow{BH}$. **0,75 pt**

b) Déterminer les coordonnées de Ω et une équation cartésienne du plan (AFC). **0,75 pt**

Exercice 3 : 5 points

La fonction numérique f est définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $f(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1 - x$. (C) désigne sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J). unité graphique : 3 cm.

1. Montrer que $\forall x \in [0;+\infty[, f'(x) < 0$, puis Dresser le tableau de variation de f **0,75 pt**
2. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 1 - x$ est asymptote (C). **0,25 pt**
3. Établir que l'équation $f(x) = 0$ admet solution x_0 dans $[0;+\infty[$ et que $1 < x_0 < 2$. **0,5 pt**
4. Tracer (C) et (D) ; **0,75 pt**
5. Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $I = [1;+\infty[$ par : $g(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1$
   a) Montrer que x_0 est l'unique solution de l'équation $g(x) = x$. **0,25 pt**
   b) Construire le tableau de variation de $g$sur I. En déduire que : $\forall x \in I, g(x) \in I$. **0,75 pt**
   c) Montrer que $\forall x \in I, |g'(x)| \leq \frac{3}{e^2}$. Déduire que $\forall x \in I, |g(x) - x_0| \leq \frac{3}{e^2}|x - x_0|$. **0,5 pt**
6. On considère la suite numérique (a_n) définie par : $a_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = g(a_n)$.
   a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ a_n \in I$. **0,25 pt**
   b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, |a_{n+1} - x_0| \leq \frac{3}{e^2}|a_n - x_0|$ et que $|a_n - x_0| \leq \left(\frac{3}{e^2}\right)^n$. **0,5 pt**
   c) Déterminer la limite de la suite (a_n). **0,25 pt**
   d) Déterminer un entier naturel p pour lequel on est sûr d'avoir $|a_p - x_0| \leq 10^{-3}$. **0,25 pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Situation :

Dans le cadre du club scientifique, les élèves des classes de terminales scientifiques veulent modéliser les trois phénomènes suivants pour résoudre des problèmes de la vie courante y relatifs :

Évolution d'une population :

La population du Cameroun était de 20 millions d'habitants en 2015 et de 22 millions d'habitants en 2020. On suppose que la vitesse d'accroissement de la population est proportionnelle au nombre d'habitants.

Culture microbienne :

Dans une culture de microbes qui se développent, la vitesse d'accroissement à l'instant t est proportionnelle à la quantité de microbes à cet instant. Il y a 10^5microbes au bout de 2 heures et 5×10^5microbes au bout de 6 heures.

Taux de glycémie :

Après une injection intraveineuse de glucose, la glycémie (taux de glucose dans le sang) décroît à partir d'un certain instant choisi comme origine des temps, selon la loi : $g' + kg = 0$, où g désigne la fonction glycémique dépendant du temps t *en minutes* $(t \geq 0)$ et k une constante strictement positive appelée coefficient d'assimilation glucidique. MOUSSA reçoit une injection intraveineuse de glucose. Il a un taux de glycémie $g_1 = 1{,}20$ à l'instant $t_1 = 30$ et un taux de glycémie $g_2 = 1{,}10$ au bout de 2 heures.

Tâches :

1. En quelle année la population du Cameroun atteindra 50 millions d'habitants ? **1,5 pt**
2. Combien y avait-il initialement de microbes dans cette culture ? **1,5 pt**
3. Quel est le taux de glycémie de MOUSSA au bout de 3 heures ? **1,5 pt**

Présentation : **0,5 pt**