



BACCALAUREAT BLANC DIOCESAIN				
Epreuve	Séries	Durée	Coefficient	Session
MATHEMATIQUES	D et TI	4h	4	Mars 2021

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice 1 : 5 points

On considère l'équation (E) : $z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = 0$ où z désigne un nombre complexe.

1. a) Vérifier que 1 est une solution de l'équation (E). 0,5 pt
 b) Déterminer les deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait : $z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = (z - 1)(z^2 + az + b)$. 0,5 pt
2. Résoudre (E). 0,75 pt
3. Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A , B et C d'affixes respectives 1 , $2 + 2i$ et $1 - i$.
 - a) Représenter A , B et C . 0,75 pt
 - b) Calculer le module et un argument de $\frac{2+2i}{1-i}$. Déduire la nature du triangle OBC . 1 pt
 - c) Que représente la droite (OA) pour le triangle OBC ? Justifier votre réponse. 0,5 pt
 - d) Soit D l'image de O par la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et de centre C .
 Déterminer l'affixe de D . 0,5 pt
 - e) Quelle est la nature du quadrilatère $OCDB$? 0,5 pt

Exercice 2: 5 points

I- Répondre par vrai ou faux :

1. Une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x} - \frac{2x+1}{x^2+x+1}$ est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par

$$F(x) = \ln\left(\frac{x}{x^2+x+1}\right). \quad \text{0,5 pt}$$

2. L'image d'une droite par une similitude directe du plan est une droite. 0,5 pt

II- On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = xe^{-x}$.

1. f et g sont deux fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} et vérifiant pour tout x réel : $g(x) = h(x)e^{-x}$.
 - a) Montrer que g est solution de (E) si et seulement si pour tout x réel : $h'(x) = x$. 0,75 pt
 - b) En déduire la fonction h associée à une solution de (E) et vérifiant $h(0) = 0$. 0,5 pt
 - c) Quelle est alors la fonction g ? 0,25 pt
2. Soit φ une fonction dérivable sur \mathbb{R} .
 - a) Montrer que φ est solution de (E) si et seulement si $\varphi - g$ est solution de l'équation (F) : $y' + y = 0$. 1 pt
 - b) Résoudre (F). 0,5 pt
 - c) Déterminer la solution générale φ de l'équation (E). 0,5 pt

Exercice 3 : 5 points

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = 4x + 1 - xe^x$ et (C) sa courbe représentative dans un plan P rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique : 4 cm).

1. a) Montrer que $\forall x \in [0; +\infty[$, $f''(x) = -(x+2)e^x$ où f'' désigne la dérivée seconde de f . 0,5 pt
- b) Étudier le signe de f'' et dresser le tableau de variations de f' . 1 pt
- c) Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique que l'on notera α .
Vérifier que $0,79 < \alpha < 0,8$. 0,5 pt
- d) Déterminer le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f . 1,5 pt
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution et une seule que l'on notera β .
Vérifier que β est compris entre 1,5 et 2. 0,5 pt
3. Construire la courbe (C) dans le plan (P). 1 pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)**Situation :**

Dans le cadre du club scientifique, les élèves des classes de terminales scientifiques veulent modéliser les trois phénomènes suivants pour résoudre des problèmes de la vie courante y relatifs :

Évolution d'une population :

La population du Cameroun était de 20 millions d'habitants en 2015 et de 22 millions d'habitants en 2020. On suppose que la vitesse d'accroissement de la population est proportionnelle au nombre d'habitants.

Culture microbienne :

Dans une culture de microbes qui se développent, la vitesse d'accroissement à l'instant t est proportionnelle à la quantité de microbes à cet instant. Il y a 10^5 microbes au bout de 2 heures et 5×10^5 microbes au bout de 6 heures.

Taux de glycémie :

Après une injection intraveineuse de glucose, la glycémie (taux de glucose dans le sang) décroît à partir d'un certain instant choisi comme origine des temps, selon la loi : $g' + kg = 0$, où g désigne la fonction glycémique dépendant du temps t en minutes ($t \geq 0$) et k une constante strictement positive appelée coefficient d'assimilation glucidique. MOUSSA reçoit une injection intraveineuse de glucose. Il a un taux de glycémie $g_1 = 1,20$ à l'instant $t_1 = 30$ et un taux de glycémie $g_2 = 1,10$ au bout de 2 heures.

Tâches :

1. En quelle année la population du Cameroun atteindra 50 millions d'habitants ? 1,5 pt
2. Combien y avait-il initialement de microbes dans cette culture ? 1,5 pt
3. Quel est le taux de glycémie de MOUSSA au bout de 3 heures ? 1,5 pt

Présentation : 0,5 pt