Ministère des Enseignements Secondaires
Inspection de Pédagogie/ sciences
Section Mathématiques

Examen Probatoire Blanc
Épreuve : Mathématiques
Session : 2021
Série : D-TI
Durée : 3 heures   Coefficient : 4

L'épreuve est notée sur 20 et comporte deux parties A et B réparties sur trois pages.

PARTIE A : Évaluation des ressources (15 points)

Exercice 1 : 3 points (Uniquement pour la série TI)

Soit $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ x - y + 2z = 0\}$.

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. 1 pt

2. On pose $e_1 = (1,1,0)$ et $e_2 = (0,2,1)$.

a. Montrer que e_1 et e_2 sont deux éléments de E . 0.5 pt

b. Montrer que (e_1, e_2) est un système libre de E . 0.5 pt

c. Montrer que (e_1, e_2) est un système générateur de E . 0.5 pt

d. En déduire que (e_1, e_2) est une base de E . 0.25 pt

3. Quelle est la dimension de E ? 0.25 pt

Exercice 1 : 3 points (Uniquement pour la série D)

Soit ABCD un rectangle de longueur AD = 6 cm et de largeur AB = 3 cm. On désigne par O le centre du rectangle ABCD.

Soient R_1 la rotation de centre O qui transforme C en D et R_2 la rotation de centre O qui transforme B en C.

1. Montrer que R_1(A) = B et R_2(D) = A. 1 pt

2. On désigne par $R_1 o R_2$ la composée des rotations R_1 et R_2.

Calculer $R_1 o R_2$(O) et $R_1 o R_2$(B). 1 pt

3. Donner la nature exacte de $R_1 o R_2$. 1 pt

Exercice 2 : 5 points

I. On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 2x^3 - 26x + 24$.

1. Calculer $P(3)$. Puis, conclure. 0.5 pt

2. Déterminer deux réels a et b tels que $P(x) = 2(x - 3)(x^2 + ax + b)$. 1 pt

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(x - 3)(x^2 + 3x - 4) \geq 0$. 1 pt

II. Lydie et Clara sont deux amies qui se rendent dans un supermarché pour acheter uniquement des oranges, goyaves et avocats.

Lydie se dirige dans le rayon où une orange coûte 150 FCFA, une goyave coûte 200 FCFA et un avocat coûte 450 FCFA. Elle paie la somme de 5000 FCFA.

Clara se dirige dans le rayon où une orange se vend à 200 FCFA, une goyave à 300 FCFA et un avocat à 600 FCFA. Elle paie la somme de 7000 FCFA.

Elles achètent en tout 40 fruits.

1. On désigne respectivement par x,y et z le nombre d'oranges, de goyaves et d'avocats achetés par chacune des deux amies.

a. Justifier que les nombres x,y et z vérifient le système (S) ci-dessous :

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 3x + 4y + 9z = 100. \\ 2x + 3y + 6z = 70 \end{cases}$$ 0,75 pt

b. Résoudre le système (S). 1 pt

2. En déduire le nombre d'oranges, de goyaves et d'avocats achetés par chacune des deux amies. 0,75 pt

Exercice 3 : 4 points

I. Une urne contient 3 boules blanches et 4 boules bleues toutes indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise 2 boules de cette urne. Calculer :

1. Le nombre de tirages possibles. 0,5 pt
2. Le nombre de tirages contenant deux boules de même couleur. 0,75 pt
3. Le nombre de tirages contenant deux boules de couleurs différentes. 0,75 pt

II. On considère la suite numérique (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3 \ \ pour\ n \geq 0. \end{cases}$

On pose également $W_n = U_{n+1} - U_n$ pour tout entier naturel n.

1. Montrer que la suite (W_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.
2. On pose $S_n = W_0 + W_1 + \cdots + W_{n-1}$.

a. Montrer que $S_n = 6\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$. 0,75 pt

b. Montrer que $S_n = U_n$. 0,5 pt

c. En déduire l'expression de U_n en fonction de n. 0,25 pt

3. Montrer que pour tout entier naturel non nul n, $0 < U_n < 6$. 0,5 pt

Exercice 4 : 3 points

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 6 cm ; AC = 8 cm et BC = 10 cm.

1. Faire la figure. 0,5 pt
2. a. Construire le point G barycentre des points pondérés (A ;1) et (B ;2). 0,5 pt

   b. En déduire la construction du point H barycentre des points pondérés (A ;1) ; (B ;2) et (C ;3). 0,5 pt
3. Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que : $MG^2 + MC^2 = 90$.

a. Montrer que $MG^2 + MC^2 = 2MH^2 + 2CH^2$. 0,75 pt

b. Déterminer la nature exacte de l'ensemble (E). 0,5 pt

c. Construire l'ensemble (E). 0,25 pt.

PARTIE B : Évaluation des compétences (5 points)

Situation :

Atangana dispose d'un terrain rectangulaire ayant un périmètre de 100 m et une superficie de 600 m² qu'il aimerait vendre à Mme Watat. Le mètre carré de terrain revient à 2500 Fcfa. Mme Watat disposant seulement de la somme de 1000000 Fcfa au moment où elle reçoit cette information, décide de placer cette somme dans une banque à un taux simple annuel de 6% pour être capable d'acheter ce terrain plus tard. Ce placement a lieu le 1er janvier 2012 à 12 heures précises dans cette banque. Mme Watat ne fait aucun retrait de son compte d'épargne jusqu'à l'achat du terrain de M. Atangana.

Après avoir acheté ce terrain, Mme Watat voudrait le clôturer de fil barbelé car elle compte y faire des cultures.

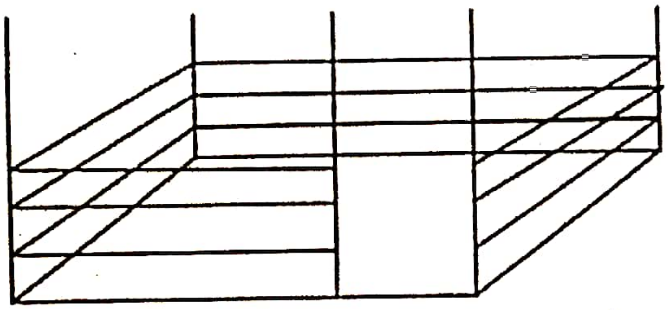
Elle aimerait placer quatre rangées de fils barbelés autour de son futur champ tout en laissant une ouverture de 4 m qui servira de porte d'entrée et de sortie de son champ dans le sens d'une seule longueur. Le fil barbelé coûte 750 Fcfa le mètre.

Pour faire défricher son champ, Mme Watat fait appel à 12 garçons de 18 ans chacun. Le défrichage d'un mètre carré rapporte 100 Fcfa. A la fin du défrichage de tout le champ, l'argent versé par Mme Watat pour rémunérer cette activité sera équitablement réparti entre ces 12 garçons.

Tâches :

1. En quelle année Mme Watat va acheter ce terrain ? 1,5 pt
2. Quelle somme d'argent doit dépenser Mme Watat pour l'achat du fil barbelé ? 1,5 pt
3. Quelle somme d'argent recevra chacun des garçons ? 1,5 pt

***Présentation* :** 0,5 pt



Le Champ de Mme Watat entouré de fils barbelés.

Le champ de Mme Watat entouré de fils barbelés.